

Der Vergleich von integraler und diskreter Berechnung bei der galaktischen Massenbestimmung

ausgearbeitet von: Dpl. Ing. Matthias Krause Kirchzarten, den 22.3.2005 (letzte Änderung: 21.5.2005)

Copyright: Alle Rechte bleiben allein dem Verfasser vorbehalten

Untertitel:

Die Dunkle Materie, ein Rechenfehler

Zielsetzung

Dieser Aufsatz stellt einen Vergleich zwischen zwei grundsätzlichen Rechenmodellen dar, die zur galaktischen Massenbestimmung und zur Bestimmung der Umlaufgeschwindigkeiten dienen. Verglichen wird

1. das Modell einer zentrumsbezogenen, massenintegrierenden Rechenweise und
2. das Modell einer diskreten, kräfte- und meßpunktbezogenen Rechenweise.

Es wird gezeigt, wie es zur Annahme einer Dunklen Materie kam. Die Ergebnisse beider Modelle werden verglichen und diskutiert. Die Berechnung soll zeigen, ob die in der Realität gemessenen gleich bleibenden Umlaufgeschwindigkeiten (von ca. 225km/s) der Sonnen in einer Galaxie auch rechnerisch nachvollzogen werden können.

Besondere Beachtung wird in diesem Vergleich ein Excellmodell¹ erfahren, welches eine einfache Galaxiendarstellung und Berechnung auf diskretem Wege erlaubt. Das Vielkörperproblem in der Massenfläche wird also auf diskretem Wege gelöst. Die graphischen Darstellungen mit ihren Ergebnissen, die in diesem Aufsatz verwendet werden, wurden aus der diskreten Berechnung der Modell-Exceldatei entnommen.

Es ist nicht das Ziel dieser Abhandlung möglichst viele Referenzen anzugeben, es wird hier nur auf zwei zusammenfassende Arbeiten von *E. Masso* und *A. Bosma* Bezug genommen.

1. Grundlegendes zur Berechnung

Es gibt zwei Möglichkeiten eine Massenberechnung in einer Galaxie durchzuführen.

1.1 Die derzeit am häufigsten verwendete **zentrumsbezogene, integrale Rechenweise**, die nur mit den Innenmassen arbeitet. (Die Massen die innerhalb der visuellen Bahn des betrachteten Massepunktes um das galaktische Zentrum liegen.)

1.2 Die **diskrete, meßpunktbezogene Berechnung** durch eine Modelldatei in Excell. Verwendet werden in diesem Modell alle Massen, die Innenmassen als auch die Außenmassen der galaktischen Fläche. Zur Berechnung werden alle gravitativ relevanten Größen berücksichtigt.

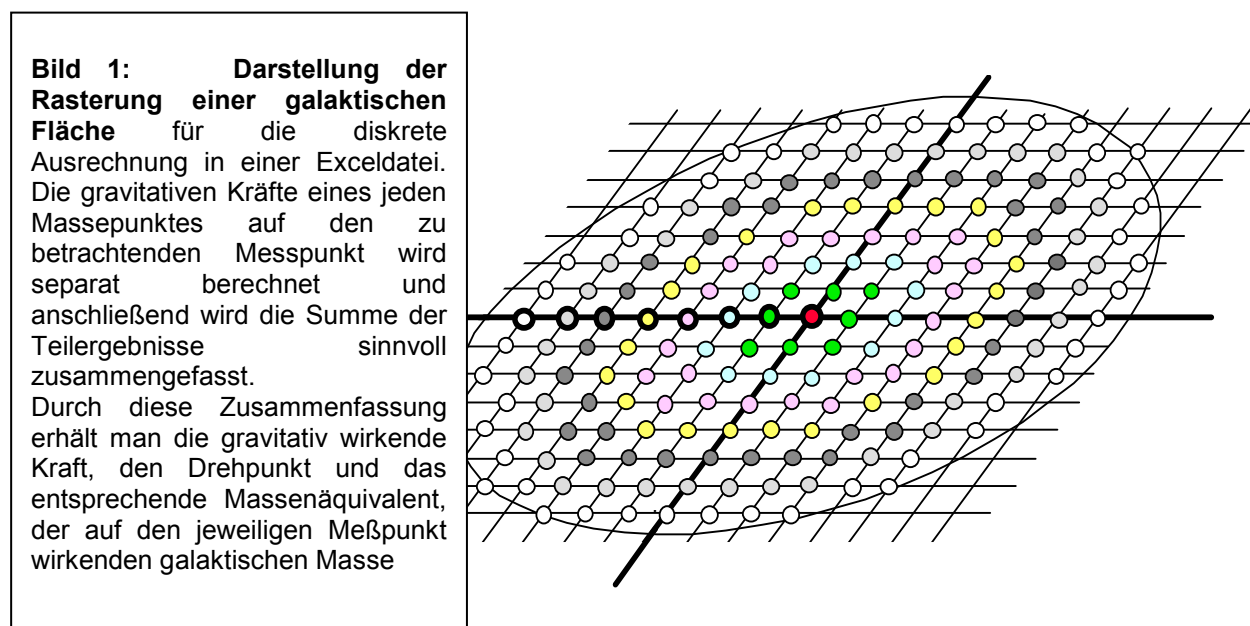
Betrachtet werden die unterschiedlichen Berechnungsmöglichkeiten an einem galaktischen Flächenmodell, das rotationssymmetrisch aufgebaut ist und insgesamt 357 Massenpunkte enthält. Vom Zentrum bis zum Rand der Fläche gibt es 10 Meßpunkte.

¹ Excel-Datei kogal 710korkreis. xls

1.3 Erwartung

Es wird erwartet, dass beide Modelle vergleichbare Ergebnisse liefern. Eine gewisse Abweichung (Toleranz) in den Ergebnissen wird durch die diskrete Ausrechnung (Rasterung) entstehen, diese sollte sich aber deutlich im unteren einstelligen Prozentbereich (ca. 1%) befinden. Die Berechnung wird in dem Aufsatz über „Das Mehrkörperproblem in der Galaxienberechnung..... Krause 2005 „ dargelegt.

Dargestellt sind in der nachfolgenden Graphik nur 7 Messpunkte der diskreten Massenfläche, was zum Verdeutlichen der Rasterung auch ausreicht.



2. Die Massenzunahme vom Zentrum zum Rand der Galaxie

2.1 Zentrumsbezogene, integrale Rechenweise

Zu 1. Durch zentrumsbezogene Berechnung kann leicht nachgewiesen werden, dass zur Erklärung der galaktischen gleich bleibenden Rotationsgeschwindigkeiten² die 10 fache Massenmenge in der Galaxie benötigt wird, als sichtbar vorhanden ist. (Die Mengenangabe bezieht sich lediglich auf den Zahlenwert)

Trägt man die Innenmassenzunahme (Aufrechnung als Addition) für jeden Meßpunkt bis zum Rand hin auf, so ergibt das in der folgenden graphische Darstellung die violette Gerade. Es ist akzeptiert, dass zur gleichbleibenden Umlaufgeschwindigkeit bis hin zum Rand der Galaxie die Masse linear mit dem Radius ansteigen muß. Da die sichtbare leuchtende Materie einer Galaxie aber in der Realität zum Rand hin deutlich abfällt, erscheint die Annahme einer Dunklen Materie nötig. In der Literatur wird deshalb von einem galaktischen Massenverhältnis der Dunklen Materie zur sichtbaren leuchtenden Materie von 9/10 zu 1/10 ausgegangen.³ Genaue Werte sind aber nicht bekannt, sie schwanken in der Literatur. So findet sich auch ein Verhältnis dunkle Materie zu sichtbarer Materie von 5-6 : 1⁴ Die sichtbare Materie und die wirklich vorhandenen Massen in einer Galaxie werden durch das Leuchtkraft – Masseverhältnis beschrieben. Dieses Verhältnis ist aber auch nur eine Annäherung an

² Masso, Eduard 1995; Brayonic Dark Matter; Theory and Experiment S.3 (7) unter 3.1 Galactic rotation curves

<http://www.arxiv.org/astro-ph/pdf/9601/9601145.pdf>

³ Das Zentrum der Galaxis S.41 Die Dunkle Materie der Galaxis Suw Spezial 2/2004

⁴ Bosma A. 2003; Dark Matter in Galaxies: Observational overview S.1 <http://www.arxiv.org/astro-ph/pdf/0312/0312154.pdf>

die Realität und ist mit Unsicherheiten behaftet.⁵ Der gleiche Sachverhalt wird auch bei Masso⁶ mit den entsprechenden Formel dargestellt.

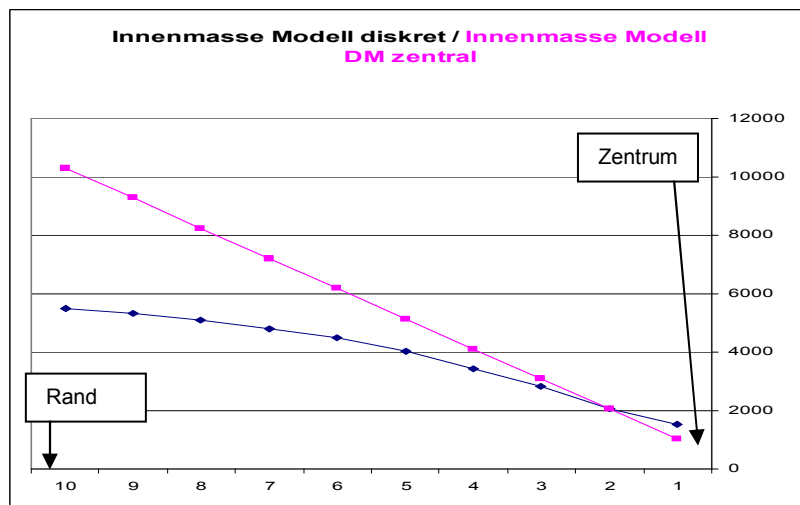


Bild 2: Das Aufaddieren der Innenmassen, zeigt die scheinbar stetige Massenzunahme zum Rand hin in der galaktischen Fläche. Es wird von 10 Messpunkten bis zum Rand hin ausgegangen. Dargestellt sind die beiden Modelle mit ihrer unterschiedlichen Massenzunahme.

2.2 Meßpunktbezogene, diskrete Rechenweise über ein Excel-Modell

Zu 2: Faßt man nun nur die Massen der sichtbaren Anteile in der Galaxie (ebenfalls mit gleich bleibender visueller Rotation), wie in der diskreten Berechnung dargestellt, ebenfalls Zentrumsbezogen (Bei der diskreten Berechnung gibt es keine Innenmassen, deshalb werden hier die Massen zum Vergleich genommen, die auf den jeweiligen Meßpunkt gravitativ wirken) zusammen, um die beiden Modelle vergleichbar zu machen, so ist die Massenverteilungskurve (vom reinen Zahlenwert) zwar auch zum Rand hin ansteigend, wie das die schwarze Kurve zeigt, aber die Massenzunahme schwächt sich hier kontinuierlich ab.

Vergleicht man nun die beiden Modelle (Diskrete und Integrale Rechenweise) in ihrer Massenmenge der Gesamtgalaxie miteinander, so stellt man fest, das nicht die 10 –fache Masse (wie oft behauptet und oben auch als mathematischer Wert ohne Flächenbezug dargestellt) in der Galaxie die Dunkle Materie ausmacht, sondern nur die 2,13–fache Massenmenge (sichtbare und sogenannte dunkle Materie zusammengenommen).

Wie kommt es zu diesem Unterschied?

Bei der Integralen Berechnung wird nur die Innenmasse des umlaufenden Meßpunktes zur Berechnung genutzt.⁷ Diese Innenmasse stellt aber keineswegs die gesamte Masse der Galaktischen Fläche dar, die auf den Meßpunkt real einwirkt. Durch die Innenmasseberechnung wird also die Gesamtmasse der Galaxie bei den inneren Umlaufbahnen künstlich verkleinert (Es wird nur ein Bruchteil der Gesamtmassen betrachtet). So erscheint die Randmassenberechnung verhältnismäßig, zur nahen Zentrumsmasse, überproportional groß. Es findet bei der integralen Berechnung zum Rand hin eine Aufaddition der galaktischen Massenanteile statt.

Zwischen den beiden Modellformen, der Innenmassen Berechnung und der Diskreten Berechnung liegt also eine tatsächliche und zusätzlich eine künstliche oder scheinbare Differenz vor. Die Zusammenfassung beider Differenzen ergibt dann eine Abweichung um den Faktor 10.

Diese große Abweichung der Massen von 10-fachen Wert gibt es bei der Gesamtmassendarstellung nicht, hier schrumpft der Wert um den Faktor 4,7 auf den nur noch 2,13 fachen realistischen Massewert.

$$10 : 2,13 = 4,7 \text{ (Dies ist der Faktor der scheinbaren Differenz)}$$

⁵ Bosma A. 2003; Dark Matter in Galaxies: Observational overview S.2

⁶ Masso, Eduard 1995; Brayonic Dark Matter; Theory and Experiment S.1 (1-3) unter 2 Light and Mass

⁷ Eine Typische Darstellung findet sich unter ² Das Zentrum der Galaxis S.41 Die Dunkle Materie der Galaxis Suw Spezial 2/2004

Die zentrumsbezogene Darstellung, die bisher im Modell 1 gewählt wurde, entspricht nicht der realen Verteilung der Massen in der galaktischen Fläche. Durch die Zentrumsbezogene Darstellung wird in der galaktischen Scheibe eine Massenzunahme zum Rand hin suggeriert, was aber in der Realität nicht zutrifft.

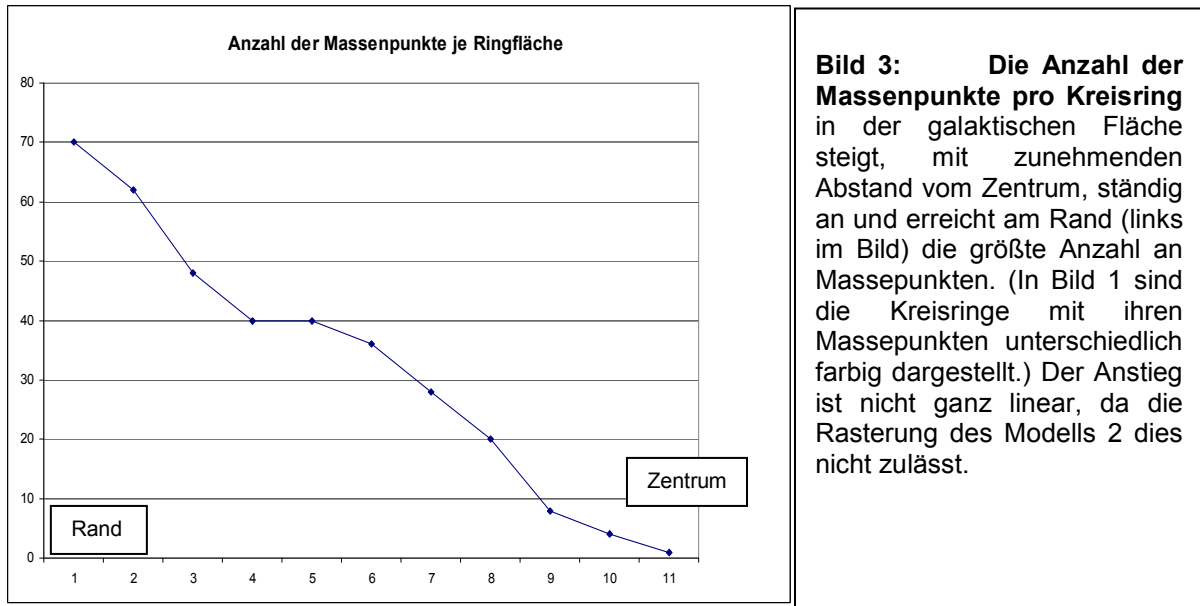


Bild 3: Die Anzahl der Massenpunkte pro Kreisring in der galaktischen Fläche steigt, mit zunehmenden Abstand vom Zentrum, ständig an und erreicht am Rand (links im Bild) die größte Anzahl an Massepunkten. (In Bild 1 sind die Kreisringe mit ihren Massepunkten unterschiedlich farbig dargestellt.) Der Anstieg ist nicht ganz linear, da die Rasterung des Modells 2 dies nicht zulässt.

Verteilt man den stetigen, gleichgroß bleibenden Massenzuwachs (Bild 2) aus Modell 1 und den stets schwächer werdenden Massenzuwachs aus Modell 2 von Messpunkt zu Messpunkt auf die im Flächenmodell stets größer werdenden Massenkreise (Bild 3), so zeigt sich zwangsläufig eine ständige Massenabnahme zum Rand hin und keine Massenzunahme in der galaktischen Fläche. Was die folgende logarithmische Graphik (Bild 4) auch deutlich belegt. Rechnet man also beide Modelle auf die wirkliche Flächenverteilung um, so zeigt sich, dass die Massenmenge pro Massenpunkt zum Rand hin (in beiden Modellen!) kontinuierlich abnimmt.

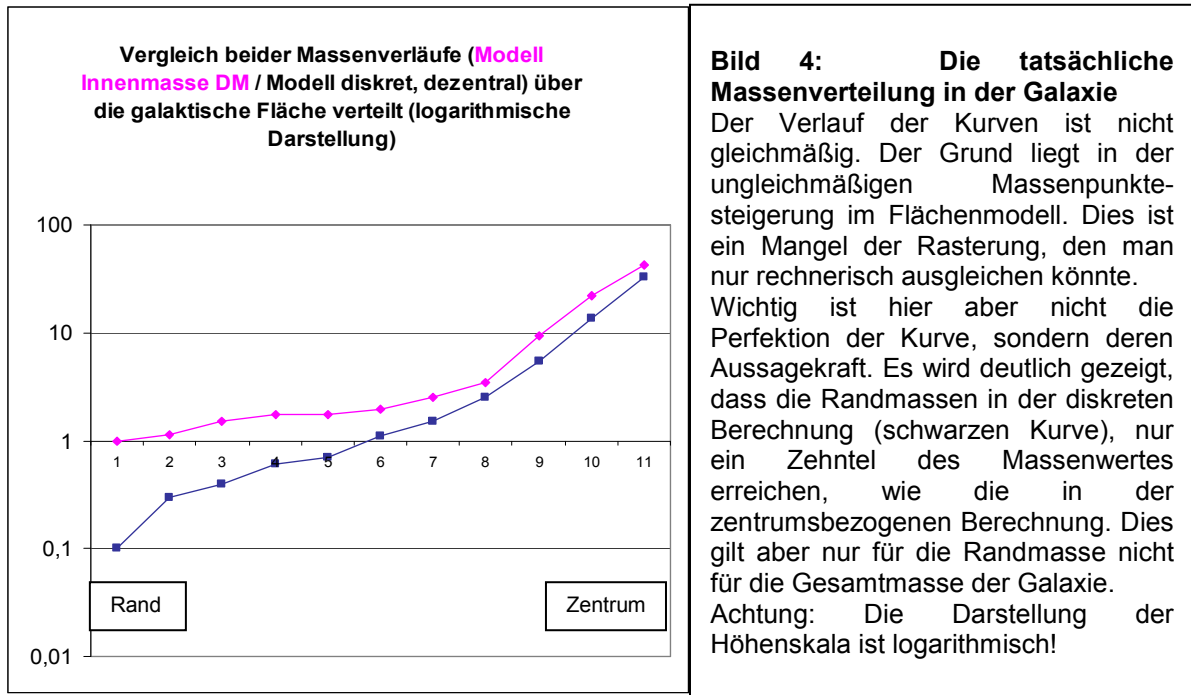


Bild 4: Die tatsächliche Massenverteilung in der Galaxie
Der Verlauf der Kurven ist nicht gleichmäßig. Der Grund liegt in der ungleichmäßigen Massenpunktesteigerung im Flächenmodell. Dies ist ein Mangel der Rasterung, den man nur rechnerisch ausgleichen könnte. Wichtig ist hier aber nicht die Perfektion der Kurve, sondern deren Aussagekraft. Es wird deutlich gezeigt, dass die Randmassen in der diskreten Berechnung (schwarzen Kurve), nur ein Zehntel des Massenwertes erreichen, wie die in der zentrumsbezogenen Berechnung. Dies gilt aber nur für die Randmasse nicht für die Gesamtmasse der Galaxie. Achtung: Die Darstellung der Höhenskala ist logarithmisch!

Die sichtbaren Randmassen im diskret gerechneten Modell haben (und brauchen) nur ein Zehntel des Wertes der Randmassen des zentrumsbezogenen Modells, um zu den gleichen

Umlaufgeschwindigkeiten der Massen zu gelangen. Der absolute Massenwert der Galaxie liegt im Zentrumsmodell bei 2,13 und im diskret gerechneten Modell bei einem Massenwert von 1. In beiden Modellen liegt eine exakt gleiche Umlaufgeschwindigkeit der Massen der Berechnung zu Grunde. Die unterschiedlichen Ergebnisse der beiden Modelle sind das zwangsläufige Ergebnis zweier grundsätzlich unterschiedlichen Annahmen vor der eigentlichen Berechnung. Durch diese anderen Ausgangssituationen erhält man die differierenden Ergebnisse.

3. Zusammenfassung und Gegenüberstellung beider Modelle (für eine Fläche)

Berechnungsmodell	Modell Zentrumsbezogen, Massen-integrale Berechnung	Modell Messpunktbezogen, diskrete Berechnung der Kräfte mit einem EXCEL Modell
Details		
Berechnungsgrundlage	Visuelle Librationsbahnen	Gravitative Realbahnen
Umlaufgeschwindigkeit (visuell) der Randmassen (und aller anderen Umlaufmassen) als Vorgabe	225 km/s	225 km/s
Berechnungsart	Zentrumsbezogen, Massen-Integral	Meßpunktbezogen, Diskret, Kräfteaddition
Massenverhältnis der Innenmassen zwischen einer Rand- und einer nahen Zentrumsbahn	ca. 10 : 1	ca. 4,7 : 1 (Wirkmassen als Vergleich)
Zahlenwert der anziehenden Masse für eine Randmasse ohne Bezug	10 (Innenmasse)	4,7 (Massenäquivalent der Wirkmasse)
Faktor der gesamten galaktischen realen Massenmenge	2,13	1
Massengrößenfaktor der Randmassen, um auf die Umlaufgeschwindigkeit zu kommen	10	1
Energieverhältnisse nach Virialtheorem $E_{kin} : E_{pot} = 1 : 2$	Erfüllt (nur mit der Annahme einer zusätzlichen Masse)	erfüllt
Massenverhältnis von einer umlaufenden Zentrumsmasse zu einer umlaufenden Randmasse	100 : 1	1000 : 1
Massenart	90% unbekannte Materie 10% sichtbare Materie	Nur Sichtbare Materie
Postulate	90% „Dunkle Materie“	keine
Die sichtbare Massenverteilung verhält sich zum Modell	Nicht stimmig	stimmig

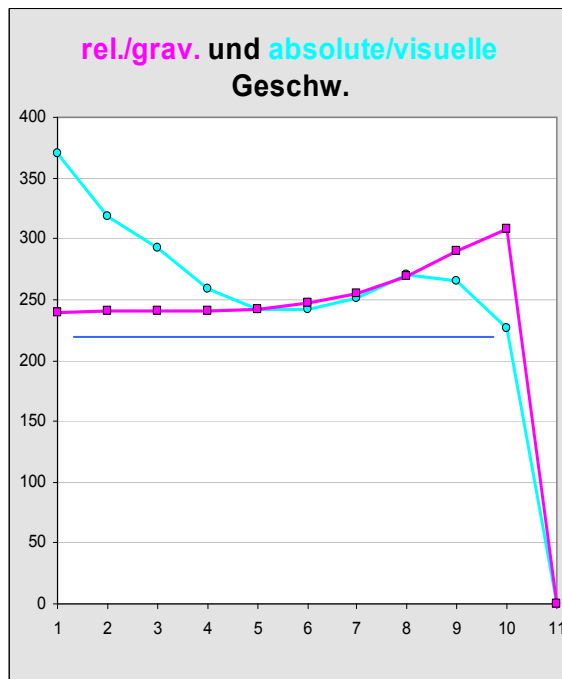
Die orange markierten Felder sind die fehlerhaften Annahmen, die zwangsläufig zu falschen Ergebnissen (rot) führen.

Als Ergebnis zeigt sich in dieser Gegenüberstellung die Unterschiedlichkeit der beiden Rechenmodelle.

4. Diskussion

Zum **Modell der Zentrumsbezogenen**, integralen Rechenweise.

Eine integrierende Zusammenfassung aller Massen im Zentrum der Galaxie stellt zwar eine vereinfachende Rechenweise dar, führt aber bei einem galaktischen Mehrkörperproblem nicht nur zu fehlerhaften Resultaten (die Fehler werden ausführlich in der Arbeit über das Dreikörperproblem behandelt)⁸, sondern auch zu einem Postulat von unbekannter und bisher auch nicht gemessener sogenannter „Dunkler Materie“. Der eigentliche Grund für die fehlerhafte Berechnung liegt darin, dass als Basisdaten einzig die visuellen Größen und nicht die gravitativ relevanten Größen benutzt werden, und weiterhin werden Massen linear zusammengefasst, obwohl sich die Kräfte dieser Massen mit der Entfernung quadratisch verändern, diese falschen Grundannahmen führen zu inkonsistenten Ergebnissen. Sehr anschaulich wird das in der Arbeit von E. Masso belegt.⁹



Fügt man die errechneten Massenwerte für die galaktische Scheibe aus der Integralen Berechnung in das diskrete Rechenmodell ein, so erhält man die nebenstehende Geschwindigkeitsdarstellung. Es ist leicht erkennbar, dass die hellblaue Kurve der visuellen Umlaufgeschwindigkeit nicht mit den gemessenen galaktischen Werten (dunkelblaue Linie) übereinstimmt. Die errechneten Werte liegen durchweg erheblich über den gemessenen Umlaufgeschwindigkeiten.

Anders verhält es sich mit dem **Modell der Messpunktbezogenen**, diskreten Rechenweise.

Die Diskrete Berechnung über ein Excelmodell: Die zur Virialtheoremberechnung benutzten diskret ermittelten Werte führen zu dem erwarteten Ergebnis. Siehe Ausrechnung unter ⁸

Die mittlere galaktische Sonnenmasse liegt leicht unter unserer Sonnenmasse (0,78 - 1,00 M_{Sonne}). Die Umlaufgeschwindigkeiten der galaktischen

Massen liegen bis zu den äußeren Bereichen nahezu konstant bei 225 km/s, was in etwa den Werten in der Realität entspricht. Eine mathematische Nachvollziehbarkeit, der in der Realität gemessenen Umlaufgeschwindigkeitswerte der Sonnen in der Galaxie, ist damit gegeben. Eine diskrete Berechnung der gravitativen Kräfte der Wirkmassen und die Bestimmung des gravitativen Radius für die umlaufenden Massen ergeben nach Umrechnung auf die visuelle Umlaufbahn die erwarteten Umlaufgeschwindigkeiten von 225 km/s. Bei der diskreten Berechnung reicht die visuelle Massenmenge und auch die Massenverteilung in der Galaxie aus, um zu den in der Realität gemessenen visuellen Umlaufgeschwindigkeiten der Sonnen in der Galaxie zu gelangen. Die Annahme einer „Dunklen Materie“ ist nicht erforderlich.

Die diskrete Modellrechnung ist mit der Realität stimmig.

Das Modell zeigt auch, dass sehr geringe Massenmengen im Randbereich (< 1:1000 Rand - Zentrum) der galaktischen Scheibe und auch darüber hinausgehend, ausreichen, um zum Beispiel die Halo-Objekte ebenfalls mit den gemessenen hohen Umlaufgeschwindigkeiten gravitativ an die Galaxie zu binden. Diese Halo-Objekte, wie zum Beispiel Kugelsternhaufen, stellen selbst genau diese benötigte Masse im Grenzbereich der Galaxie dar. Vorläufige Versuche mit einem diskret gerechneten Kugelmodell zeigen, dass die Randmassen hier noch geringer ausfallen dürfen (< 1:5000 Rand – Zentrum) ohne eine Geschwindigkeitsabnahme der visuellen 225 km/s herbeizuführen.

Die erwartete Vergleichbarkeit der Ergebnisse zwischen den beiden Modellen wird nicht erfüllt. Es sind Abweichungen von +113% bei der Gesamtmasse der Galaxie und Abweichungen von nahezu +1000 % bei der Bestimmung der Größe der Randmassen zu verzeichnen.

⁸ Das Mehrkörperproblem in der Galaxienberechnung..... Krause 2005 S. 3 ff
3. Die Zusammenfassung von gravitativ wirkenden Massen

⁹ Masso Eduard 1995, Brayonic Dark Matter; Theory and Experiment S.2
Unter 3.1 Galactic rotation curves

Eine zentrumsbezogene integrale Berechnung einer Galaxie ist von ihrem logischen Aufbau und von den Ausgangsdaten her für eine Gravitationsberechnung nicht schlüssig und deshalb in diesem Bereich unbrauchbar. Nach dieser oben erfolgten Gegenüberstellung ist die Dunkle Materie als die Kaschierung eines Rechenfehlers zu werten.

Die Dunkle Materie steht damit auch zur Berechnung der Element -Massenmengen¹⁰ des Urknalls nicht mehr zur Verfügung, weshalb dort nun 90% der unbedingt erforderlichen Massen fehlen.

5. Literaturhinweise

¹ Masso, Eduard 1995; Brayonic Dark Matter; Theory and Experiment
<http://www.arxiv.org/astro-ph/pdf9601/9601145.pdf>

¹ Bosma A. 2003; Dark Matter in Galaxies: Observational overview S. 1
<http://www.arxiv.org/astro-ph/pdf0312/0312154.pdf>

¹ Das Zentrum der Galaxis S.41 Die Dunkle Materie der Galaxis
Suw Spezial 2/2004

¹ Das Mehrkörperproblem in der Galaxienberechnung..... Krause 2005 Feb.

<http://www.arxiv.org/abs/astro-ph/9601145>

<http://www.arxiv.org/abs/astro-ph/0312154>

6. Danksagung

Besonderer Dank gilt Christian Knobel CH, der wichtige Literaturhinweise geliefert hat.

¹⁰ Masso Eduard 1995, Brayonic Dark Matter; Theory and Experiment S. 4

