Die Dunkle Materie – Berechnung und Überprüfung

Eine grafische Zusammenfassung

ausgearbeitet von: Dipl. Ing. Matthias Krause Kirchzarten, den 3.2.2007 (letzte Änderung 2.3.2007)
 www.neuberechnung-dunkle-materie.de

Zielsetzung

Dieser Aufsatz stellt die Berechnung der Dunklen Materie in einer Galaxie anhand von leicht verständlichen Grafiken dar. Anschließend folgt eine einfache logische Überprüfung der errechneten Werte. Die Ergebnisse von Berechnung und Überprüfung werden verglichen und diskutiert.

Es handelt sich bei dieser galaktischen Massenberechnung einerseits um die Integrale Berechnung, die seit Newton zur Berechnung der Massen und Umlaufgeschwindigkeiten in der galaktischen Scheibe benutzt wird und die durch ihre Ergebnisse zur Annahme einer Dunklen Materie geführt hat.

Andererseits soll eine einfache diskrete Addition der Massen in der galaktischen Fläche durchgeführt werden, um zu überprüfen, ob die Integrale Berechnung und die Addition der Massen zu vergleichbaren Ergebnissen führt.

1. Grundlegendes zur Berechnung

Bei der Berechnung der Kräfte, Massen und Umlaufgeschwindigkeiten in der galaktischen Fläche handelt es sich stets um ein Vielkörperproblem, da sich eine galaktische Fläche aus Tausenden von Sonnen und anderen Massen zusammensetzt.
Es gibt seit Newton die Möglichkeit über einfache Integralformeln, eine Gravitations- Geschwindigkeits- und Massenberechnung in einem galaktischen, flächenförmigen Körper durchzuführen.

1.1. Die integrale Rechenweise, durch Sir Isaak Newton eingeführt und Derzeit am häufigsten verwendete Berechnungsmethode, dient der Berechnung der galaktischen Massen über die Umlaufgeschwindigkeiten, die man in der galaktischen Fläche messen kann. Die Massen der Fläche werden dabei zu einer Punktmasse im Zentrum zusammengefasst. So wird aus einem nicht berechenbaren Vielkörperproblem mithilfe der Integralrechnung ein berechenbares Zweikörperproblem.

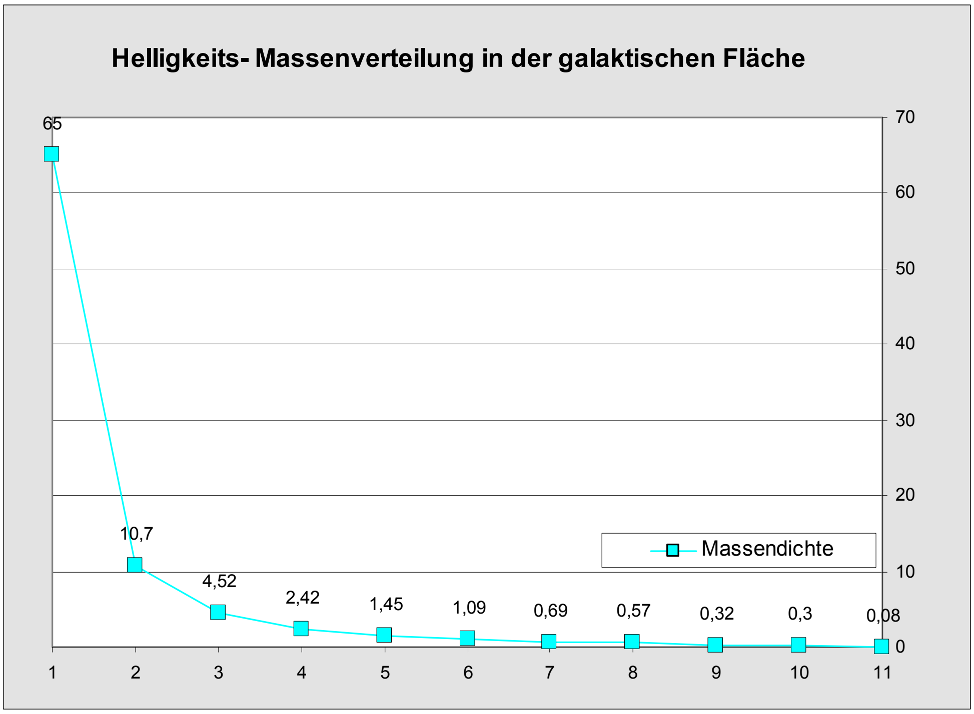
1.2. Die Überprüfung erfolgt durch eine Addition der Massen an einer galaktischen, gerasterten Kreisfläche, die rotationssymmetrisch aufgebaut ist und insgesamt 357 Massenpunkte als Raster für die Fläche enthält. Vom Zentrum ausgehend gibt es 10 Kreisringe bis zum Rand.

Es wird erwartet, dass beide Massenberechnungen die Annahme einer dunklen Materie bestätigen. Eine gewisse Abweichung zwischen den Ergebnissen wird durch die diskrete

Addition (Rasterung) erwartet, diese Abweichung sollte sich aber deutlich im unteren einstelligen Prozentbereich (ca.1%) als Toleranz befinden.

2. Die Berechnung der Masse in einer galaktischen Fläche durch die integrale Rechenweise nach Newton [1]

Zunächst werden die in der Realität an einer Galaxie gemessenen Werte in einer grafischen Darstellung (lineare Skalierung) gezeigt. Es handelt sich dabei um die sichtbare Massendichte der Galaxie und die messbare Umlaufgeschwindigkeiten der Massen um das Zentrum der galaktischen Fläche.
Begonnen wird mit der Massedichte der Galaxie, hier dargestellt in Masseneinheiten.



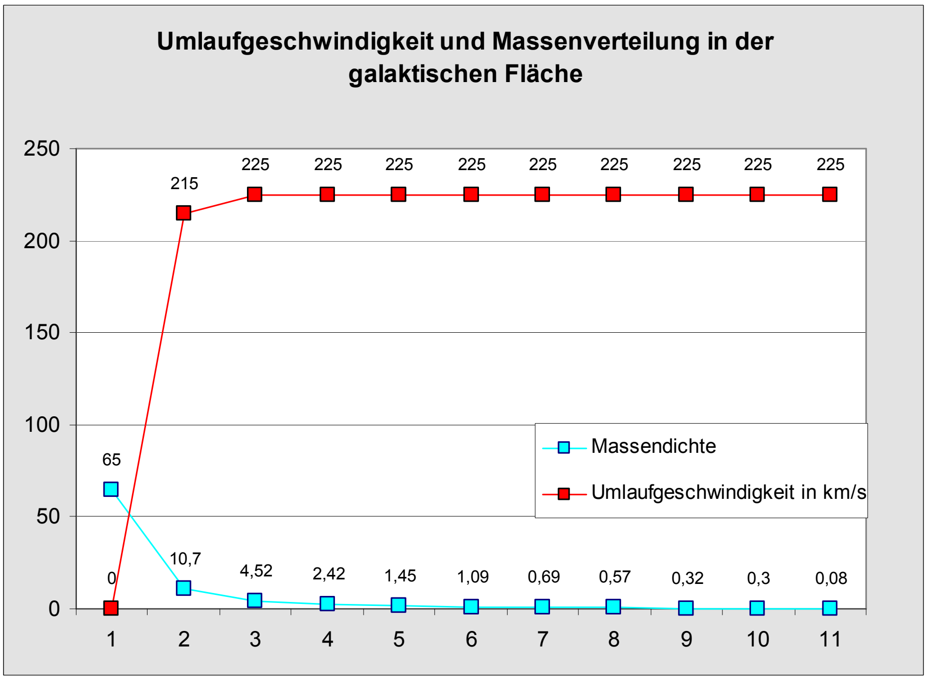
Grafik 1

1. **Eine typische Massendichteverteilung** wird dargestellt, wie sie über das Leuchtkraft- / Massen-Verhältnis in einer galaktischen Fläche gemessen werden kann.[2] Diese Massenverteilungskurve wird nicht errechnet, sondern von der Realität vorgegeben. Das Zentrum der galaktischen Fläche befindet sich links in der Grafik, dort ist auch die größte Massendichte. Zum rechts liegenden Rand der Galaxie verringert sich die Massendichte um den Faktor 400 - 1000. [3] Eine recht anschauliche Grafik mit logarithmischer Skalierung über die Dichteverteilung der Massen findet man bei Elvius.[4] Hier im vorliegenden Beispiel verringert sich die Masse um den Faktor 812.

Als nächstes folgt die, über die Rotverschiebung des Sternenlichtes, gemessene Umlaufgeschwindigkeit der Massen in der galaktischen Fläche oder Scheibe. Im zentrumsnahen Bereich rotiert eine Galaxie nahezu wie ein Festkörper um dann unmittelbar außerhalb des Zentralbereichs in eine flache Rotation überzugehen.

---

[1] Alonso M./ E.J.Finn, Physik 3. Auflage (2000) Oldenboerg Verlag /S. 318 ff Die Gravitation eines kugelförmigen Körpers
[2] Oort 1938, Sternzählungen www.astro.uni-bonn.de /~deboer/galstruc/galst.html
[3] Oort, Plaut, 1975(aus räumlicher Verteilung der RR Lyr Veränderlichen abgeleitet)
[4] Elvius 1962 http://pt.desy.de/sites/site_pt/content/e9/e14/e15/e16/e226/infoboxContent231/Potsdam-Astro-2001_deBoer.pdf Seite 5



Grafik 2

2. **Die flache Geschwindigkeitsverteilung,** [5] die man typischerweise in allen Galaxien finden kann, wird nun zusätzlich zur gemessenen Massendichteverteilung in die Grafik eingetragen. Schon nahe am links liegenden Zentrum der galaktischen Fläche erreicht die Umlaufgeschwindigkeit einen Wert von 215 km/s, um dann bis zum Rand eine konstante Umlaufgeschwindigkeit von 225 km/s beizubehalten. Es ist die rote Kurve. (die Kurve ist idealisiert dargestellt, in der Wirklichkeit schwankt die Geschwindigkeit um einige Prozent)
   Um beide Kurven in einer Grafik zu vereinen, ist der Höhenmaßstab geändert worden.

   Diese beiden Kurven stellen die typischen, bei Galaxien gemessenen Werte dar.

Aus der gemessenen Umlaufgeschwindigkeit kann nun in einem weiteren Schritt die Masse die Galaxie auch rechnerisch bestimmt werden. Dabei geht man davon aus, dass eine flächige Massenverteilung genau wie eine kugelförmige Massenverteilung zu berechnen ist. Die errechnete Masse sollte mit der sichtbaren, gemessenen Masse, zumindest in groben Zügen, übereinstimmen. Mit der unten genannten Formel errechnet sich die Masse einer Galaxie. [6]

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M}{r}} \approx \frac{1}{\sqrt{r}}. \qquad \textbf{F1}$$

Durch Umstellen von F1 nach M erhält man für die anziehende Gesamtmasse

$$M = \frac{v^2 \cdot r}{\gamma}. \qquad \textbf{F2} \qquad \text{für } v = \text{const.}$$

---

[5] Huette http://www.astro.ruhr-uni-bochum.de/huette/astronomie2_v2/kap13.pdf (Seite 17-19)

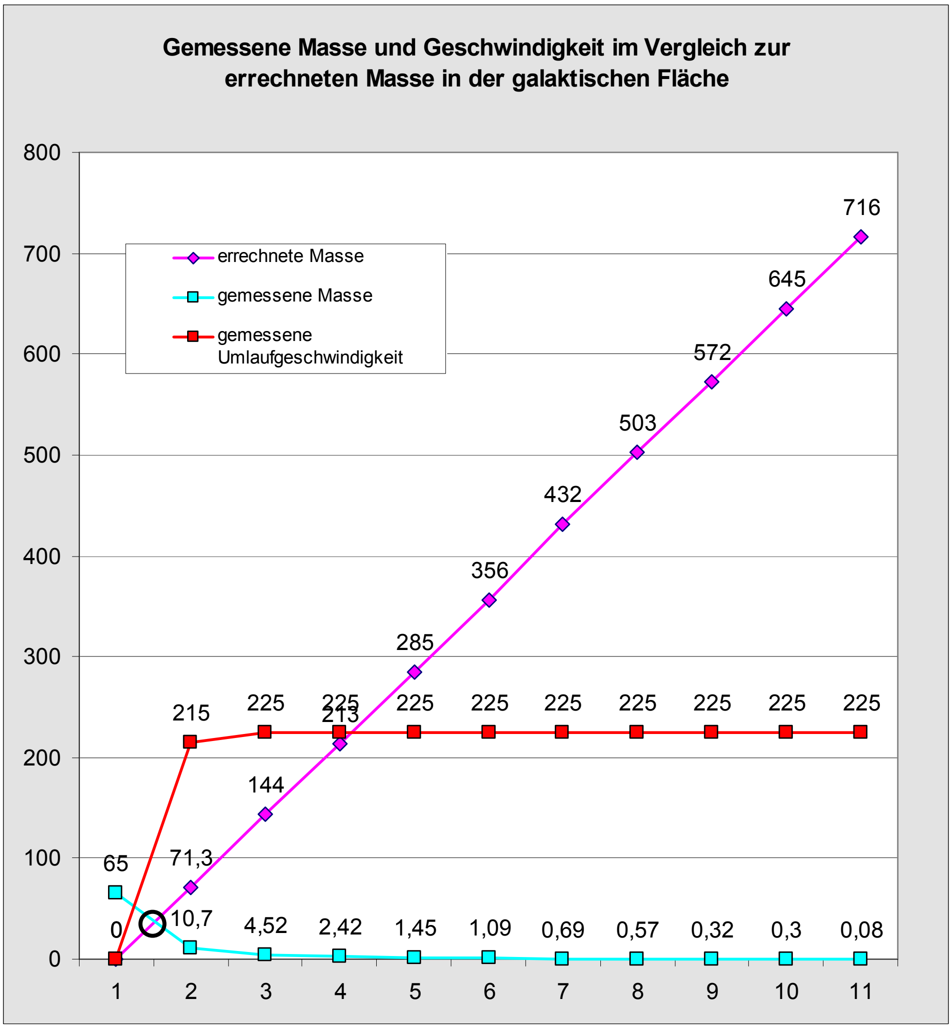
[6] Masso, Eduard 1995; Brayonic Dark Matter; Theory and Experiment S. 2
http://www.arxiv.org/PS_cache/astro-ph/pdf/9601/9601145.pdf

Eine in allen Galaxien vorgegebene, flache, gleich bleibende Geschwindigkeit v bedingt, dass die mit Formel **F2** errechnete Gesamtmassenmenge einzig mit dem Radius r linear veränderbar ist. Die Formeln F1 und F2 werden sowohl für eine flächige, wie auch eine kugelförmige Massenverteilung genutzt. (1 Masseneinheit = 1,12E+39 kg / 1 Radiuseinheit = 9,46E+19 m)

Bei r = 1 liegt der errechnete Massenwert M einer durchschnittlichen Galaxie in diesem Beispiel hier bei 71,6 Masseeinheiten, dann ergibt sich zwangsläufig bei einem Radius von r = 10 eine 10-fache größere Massenmenge M von 716 Masseeinheiten.

In der nun folgenden Grafik ist diese von links nach rechts linear ansteigende „Kurve" pinkfarben dargestellt, die am Rand der galaktischen Fläche (rechts) den errechneten Massewert von 716 hat. Diese errechnete lineare Massenkurve wird auch in der Literatur erwähnt und ist allgemein anerkannt. (Siehe Referenzen auf der Vorseite)
Es handelt sich um:

3. Die **errechnete Massenmengenkurve einer Galaxie**.



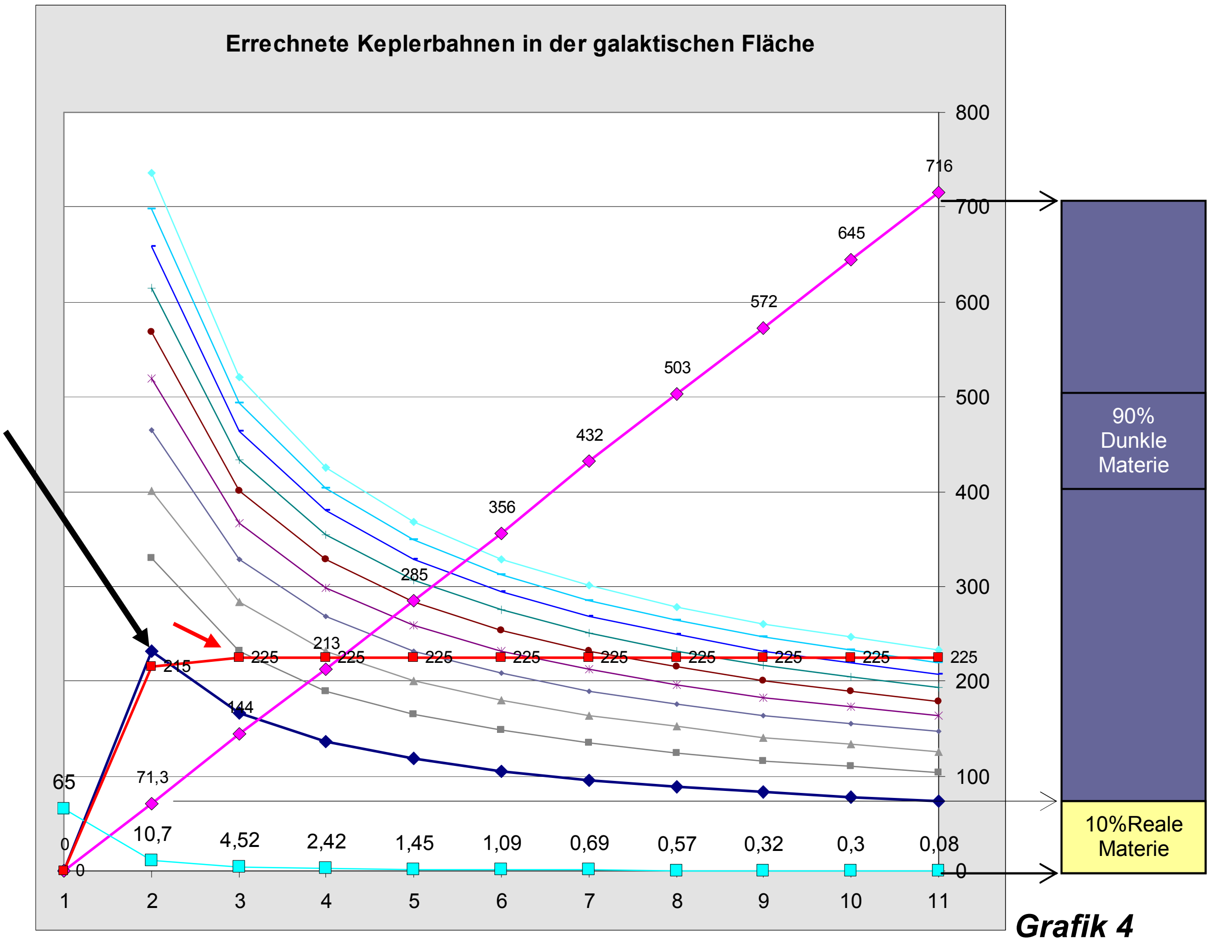
Grafik 3

Sie ergibt sich aus dem rechnerischen Zusammenhang, dass sich die Masse einer Galaxie, bei einer flachen (gleich bleibenden Geschw. v = const.) Geschwindigkeit einzig über den Radius ändert.
Um auch diese Kurve in die Grafik zusätzlich einzufügen, muss abermals der Größenmaßstab geändert werden.

Diese drei Kurven in der Grafik, die sichtbare Massenverteilung, die flache Umlaufgeschwindigkeit und die errechnete linear ansteigende Massenenge sind für eine flächige Galaxie allgemein anerkannt**.** (Siehe hierzu die angegebene Literatur.)

Vergleicht man nun die beiden Massekurven in Grafik 3 miteinander, so ist nur allzu offensichtlich, dass sie sich grundsätzlich unterscheiden, ja widersprechen. Die eine Massekurve, der sichtbare Masse, fällt zum Rand der galaktischen Fläche hin dramatisch ab.
Die andere Massekurve, der errechnete Masse, steigt zu Rand der galaktischen Fläche hin linear an.
Der Schnittpunkt beider Massekurven liegt, in der Grafik 3 durch einen kleinen Kreis markiert, unten links. Das heißt, dass ab diesem Schnittpunkt die errechnete Masse zum Rand der Galaxie hin größer wird, als die sichtbar vorhandene Masse.

Berechnet man nun mit der Formel **F1** die Geschwindigkeit, mit der eine Masse m im Abstand r = 1 um das galaktische Zentrum mit der errechneten Masse M = 71,3 Masseeinheiten kreist, so erhält man eine Umlaufgeschwindigkeit v von 232 km/s .
Dies wird nun in der folgenden Grafik dargestellt. (Der Wert wurde absichtlich leicht verfälscht, um ein Übereinanderliegen der Geschwindigkeitspunkte zu verhindern.)



Grafik 4

Diese errechnete Umlaufgeschwindigkeit (mit schwarzem starkem Pfeil markiert) entspricht nahezu der gemessenen Umlaufgeschwindigkeit von 215 km/s. Der errechnete Massenwert der Galaxie hat demnach die richtige Größe, um die Massen stabil um das galaktische Zentrum kreisen zu lassen. Damit ist rechnerisch bewiesen, dass die errechnete galaktische Masse für die gemessenen Umlaufgeschwindigkeiten korrekt ist.

Der überwiegende sichtbare Massenanteil einer Galaxie befindet sich ja auch im Zentrumsbereich der Galaxie und fällt zum Rand hin deutlich ab. So kann man es wörtlich in der Literatur nachlesen.[7] Zitat:…“ *Because the core region of a spiral galaxy has the highest concentration of visible stars, astronomers assumed that most of the mass and hence gravity of a galaxy would also be concentrated toward its center. In that case, the farther a star is from the center, the slower its expected orbital speed. Similarly, in our solar system, the outer planets move more slowlyaround the Sun than the inner ones. By observing how the orbital speed of stars depends on their distance from the center of a galaxy, astronomers, in principle, could calculate how the mass is distributed throughout the galaxy.”*Zitat Ende

Berechnet man nun mit der soeben errechneten galaktischen Masse (M = 71,3), die auch in etwa der sichtbaren Massemenge entsprechen soll, erneut die Umlaufgeschwindigkeit im Abstand r = 2, so fällt die Umlaufgeschwindigkeit, nach den Gesetzen Keplers, mit dem Quadrat der Entfernung ab. Die auf Keplerbahnen kreisenden Massen in einer Galaxie müssten also, je weiter sie von Zentrum entfernt sind, immer langsamer um das Zentrum rotieren. (Dies wird mit der, am schwarzen Pfeil beginnenden und zum rechts liegenden Rand führenden schwarzen abfallenden Kurve grafisch dargestellt)

Die Realität zeigt aber ein anderes Bild. Die Umlaufgeschwindigkeiten in der galaktischen Fläche fallen nicht keplerisch ab, sondern bleiben auf ihrem hohen Geschwindigkeitsniveau von 225 km/s.

Was also muss man jetzt tun, um die Geschwindigkeit bei größerem Radius wieder zu erhöhen? Man braucht mehr Masse im Zentrum. Dort aber ist nur die sichtbare Masse, und die kann ja nicht erhöht werden, also ist eine zusätzliche Masse, über die sichtbare Masse hinaus erforderlich. Um auch im Abstand von r = 2 mit der gleichen Umlaufgeschwindigkeit zu rotieren, muss eine größere Masse im Zentrum (Innerhalb der Umlaufbahn) der Galaxie vorhanden sein, als die sichtbare Masse.

Verdoppelt man nun die Masse in der Formel F1, so erhält man eine Keplerbahn, die im Abstand r = 2 wieder zu einer Umlaufgeschwindigkeit von 225 km/s führt. Die am Schnittpunkt (mit rotem Pfeil markiert) kreuzende Keplerkurve gehört zu dieser verdoppelten Massenmenge. In der Grafik ist nun für jeden weiteren Radius r = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
Eine weitere Kepler Geschwindigkeitskurve eingezeichnet. Jede dieser Kurven schneidet nun die rote flache Geschwindigkeitskurve in dem Punkt, der auch gleichzeitig den zur Rechnung nötigen Radius darstellt.

Diese Kurvenschar zeigt, wie mit der Integralen Rechenmethode eine stets größer werdende Masse (Innenmasse) im Zentrum benötigt wird, um bei der Annahme einer Keplerbahn, mit ihren keplerisch abfallenden Geschwindigkeitsverteilungen, eine stets gleich bleibende Geschwindigkeit in immer größerer Entfernung zum Mittelpunkt (in der man laut Newton alle Massen zu einem Punkt integral vereinigt) zu garantieren.

Die Masse der Galaxie muss für jeden größeren Radius auch entsprechend der errechneten Masse vergrößert werden, um eine über die gesamte Fläche der Galaxie gleich bleibende Geschwindigkeit zu erhalten.

Nimmt man r = 1 als Basis, weil dort erstmals, mit M = 71,3 Masseneinheiten, eine flache Geschwindigkeit erreicht wird, so braucht man bis zum Rand die 10-fache sichtbare Massenmenge einer Galaxie, also M = 713 Masseneinheiten, um auch dort noch eine gleich hohe Umlaufgeschwindigkeit vom 225 km/s zu erhalten.

[7] PROFILE Vera Rubin and Dark Matter
http://www.amnh.org/education/resources//rfl/web/essaybooks/cosmic/p_rubin.html

1933 beobachtete und errechnete Fritz Zwicky am Coma-Galaxienhaufen, dass eine 400-fach höhere Masse als die sichtbare nötig wäre, um die beobachteten Umlaufgeschwindigkeiten zu erklären. Er brachte den Begriff der Dunklen Materie erstmals auf. [8]
Vera C. Rubin zeigte 1960 erneut die Problematik anhand der galaktischen Umlaufgeschwindigkeiten auf. Die bisher in dieser Arbeit aufgeführte Argumentation findet man in der Literatur in dieser vergleichbaren Form wieder. [9] Seither wird die Dunkle Materie ernst genommen.
So wurde die Dunkle Materie als fester und unverzichtbarer Bestandteil auch ins kosmologische Modell eingeführt**.**

Das Verhältnis von sichtbare Masse zu unsichtbarer (dunkler) Masse beträgt etwa 1 : 10. Also wird in der Literatur etwa der 10 fache Massenwert der realen Materie für die dunkle Materie angenommen. Der Wert ist nicht ganz einheitlich und schwankt erheblich für die angenommene dunkle Materie. Er liegt zwischen dem 5- fachen [10] und dem100- fachen [11] Materiewert über der sichtbaren Materiemenge.

3. Die Addition der sichtbaren Massen zur Überprüfung der errechneten Massenmenge

Die Massen**dichte** in einer Galaxie ist zu unterscheiden von der Massen**menge**. Die Massendichte ist bezogen auf eine einzelne Flächeneinheit, die Massenmenge hingegen ist das Produkt aus der Anzahl der Flächeneinheiten mal der Massendichte. Um die sichtbare Massendichte einer Galaxie in eine vergleichbare, aufaddierte Massenmenge umzuwandeln, bedarf es einer Rasterung der Massenfläche. Nach der konzentrischen[12] Rasterung kann jedem einzelnen Massefeld die zugehörige Massendichte zugeordnet werden. Erst so ist es möglich, die sichtbare Gesamtmassenmenge einer Galaxie per Addition genau zu bestimmen.
Es folgt nun die Addition der sichtbaren Massen einer Galaxie an einer galaktischen, gerasterten Kreisfläche, die rotationssymmetrisch aufgebaut ist und insgesamt 357 Massenfelder als Raster für die Fläche enthält. Vom Zentrum ausgehend gibt es 10 Kreisringe bis zum Rand. Die einzelnen Kreisringe haben, je größer sie werden, desto mehr Massenflächenfelder.(so genannte „Massepunkte")

---

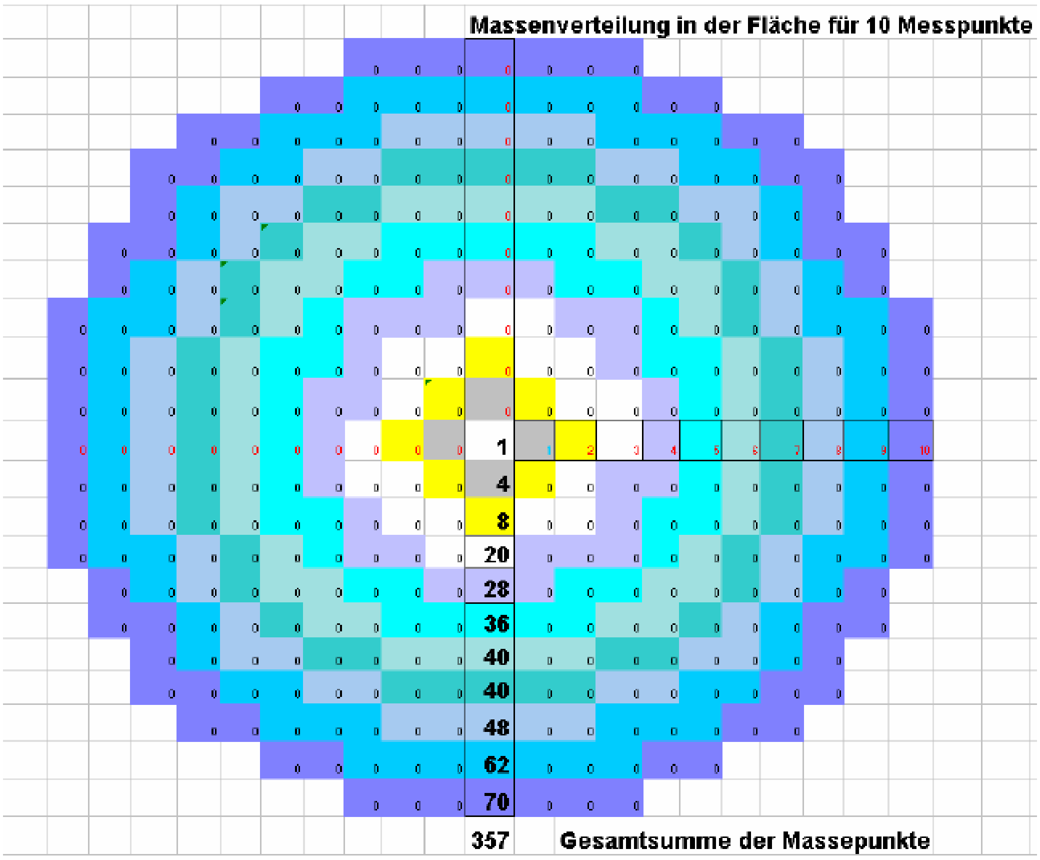
[8] http://de.wikipedia.org/wiki/Dunkle_Materie

[9] PROFILE Vera Rubin and Dark Matter
http://www.amnh.org/education/resources//rfl/web/essaybooks/cosmic/p_rubin.html

[10] Bosma A. 2003; Dark Matter in Galaxies: Observational overview S.1 http://www.arxiv.org /astro-ph/pdf0312/0312154.pdf

[11] Rechenbeispiel zur Dunkle Materie 3/2005 S. 92 Sterne und Weltraum

[12] Der 3. und 4 Kreisring ist nicht ganz konzentrisch, da sonst die Anzahl der Punkte zu ungleichmäßig steigen würde.



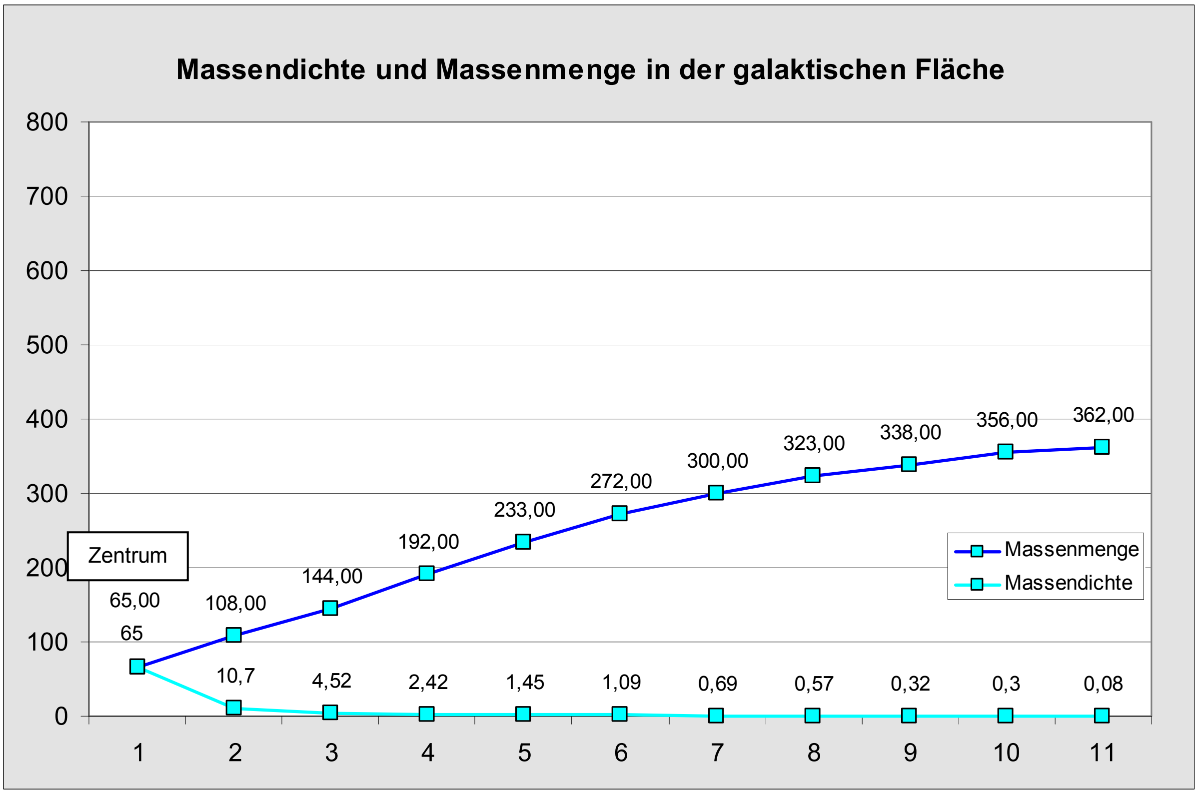
Grafik 5

Es ist also zur Addition der Massen nötig, die Anzahl der Massenpunkt je Kreisring mit der gemessenen Massendichte in der galaktischen Fläche zu multiplizieren.
Dies geschieht nach folgendem einfachen Muster: Im Zentrum befindet sich ein Punkt, die Massendichte beträgt dort 65, das ergibt 1 x 65 = 65 Masseeinheiten. Das wird für jeden Kreisring wiederholt, bis man am Rand (am äußerste Ring) angekommen ist.

Anzahl der Raster-Massenflächen		Massendichte aus dem Leuchtkraft-Massenverhältnis		Massenmenge pro Kreisring	Addition der Kreisring Massenmenge	Radius
1	x	65	=	65,00	65	
4	x	10,7	=	42,80	108	1
8	x	4,52	=	36,16	144	2
20	x	2,42	=	48,40	192	3
28	x	1,45	=	40,60	233	4
36	x	1,09	=	39,24	272	5
40	x	0,69	=	27,60	300	6
40	x	0,57	=	22,80	323	7
48	x	0,32	=	15,36	338	8
62	x	0,30	=	18,60	356	9
70	x	0,08	=	5,60	**362**	10

Anschließend werden die Kreisringmassen je Kreisring aufaddiert und in die folgende Grafik eingetragen. Mit der Addition des letzten, äußersten Kreisrings erhält man dann die sichtbare Gesamtmasse der Galaxie.
Die sichtbare **Gesamtmasse** einer durchschnittlichen Galaxie beträgt, so kann man der Tabelle entnehmen, also 362 Masseeinheiten. Dieser Gesamtmassenwert entspricht etwa 200 Milliarden „irdischen“ Sonnenmassen. Diese Massenmenge ist der sichtbaren Masse einer

durchschnittlichen Galaxie zuzuordnen.[13] Trägt man nun die aufaddierten Massenwerte je Kreisring in die Grafik ein, so erhält man die blaue stets ansteigende Massemengenkurve.



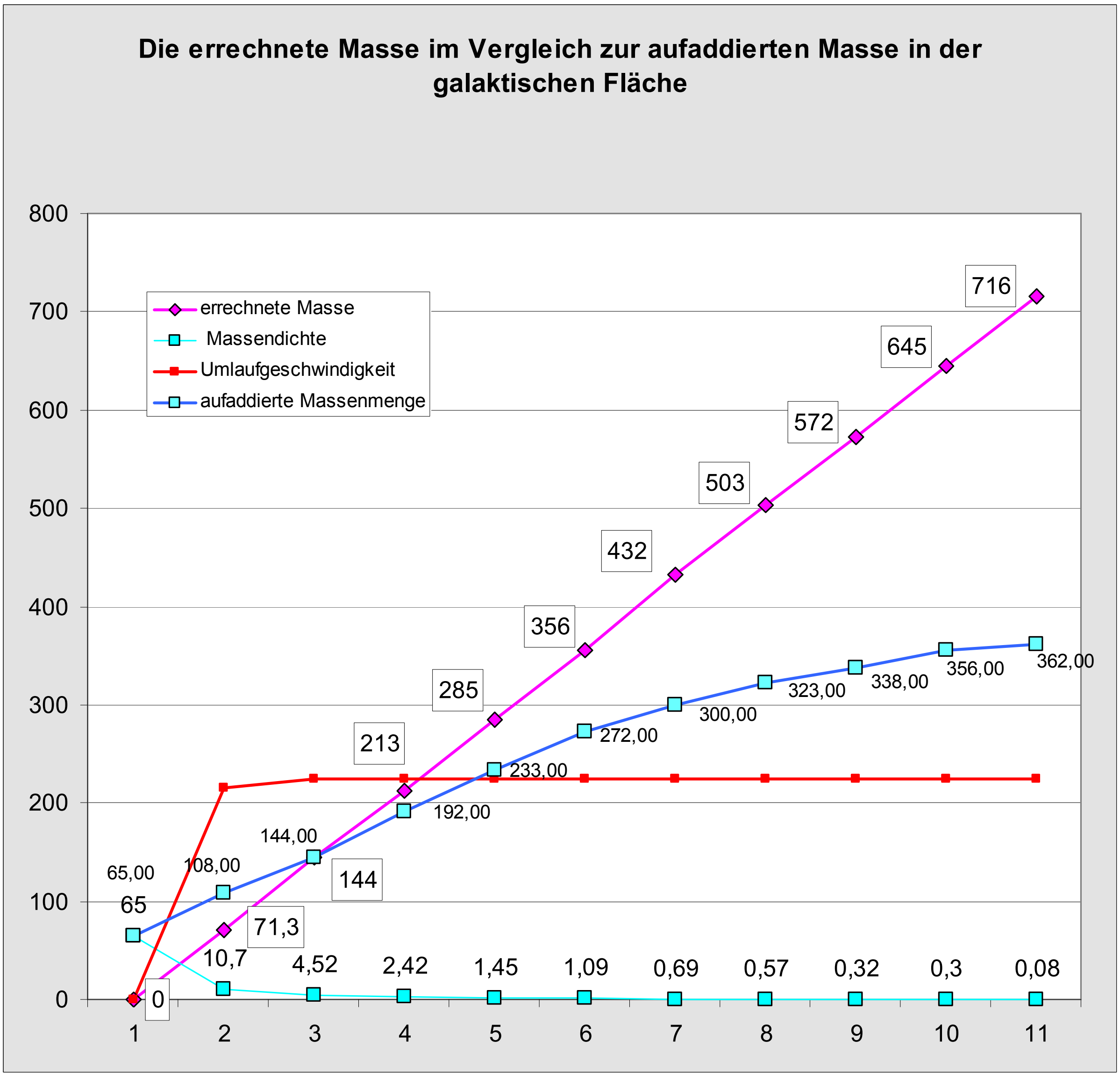
Grafik 6

Die Massenmenge steigt deshalb zum Rand hin an, da zu jedem inneren Kreisring stets ein weiterer äußerer Kreisring, mit wachsendem Radius, hinzuaddiert werden muss. So erhält man am rechts liegenden Rand der galaktischen Fläche schließlich den Massengesamtwert der Galaxie. Es ist ersichtlich, dass zwar die **Massendichte** zum Rand der galaktischen Fläche hin dramatisch abnimmt, aber die **Massenmenge** der Galaxie muss zwangsläufig zum Rand hin zunehmen. Die beiden Kurven widersprechen sich also nicht in ihrer Aussage, sondern bedingen sich gegenseitig.
Diese addierte Massenmengenkurve findet sich **nicht** als Addition in der Literatur über die galaktische Massenberechnung wieder. Diese Massenbestimmungsmethode der Addition ist etwas umständlich und damit wenig elegant, aber sie führt zu absolut zuverlässigen Ergebnissen. (In der Fachwelt wird diese Kurve nur geschätzt und das kann, je nach Basis, sehr unterschiedlich sein)

4. Vergleich der errechneten Masse mit der aufaddierten Masse

Fügt man nun, die durch eine einfache Addition erhaltene Massenmengenkurve (blau) in die Grafik mit den errechneten Massenwerten ein, so lassen sich die errechneten Massenbeträge mit den aufaddierten Massenbeträgen leicht vergleichen.

[13] (http://www.goruma.de/astronomie/galaxien.html)
Und auch http://www.astro.uni-bonn.de/~deboer/pdm/pdmdmtxt.html
Unter: Struktur und Bewegung/ Rotation unserer Galaxis und DM



Grafik 7

Dieser Vergleich zeigt nun überraschenderweise, dass die real **aufaddierte** Massenmenge einer Galaxie etwa die Hälfte der **errechneten** Gesamtmassenmenge ausmacht. Das Verhältnis von Dunkler + sichtbarer **errechneter** Materie zu der realen **aufaddierten** sichtbaren Materie in einer galaktischen Fläche ist damit von 10 **:** 1 auf nur noch 2 **:** 1 geschrumpft.

Wobei nur die aufaddierte Massenmenge, als Probe auf die Richtigkeit der integralen Masseberechnung, das einzig richtige Ergebnis für die **sichtbaren** Massen darstellt!

Dieses Ergebnis des Vergleichs war nicht erwartet worden. Erwartet wurde, das sich die Dunkle Materie mit ihrem 10 **:** 1 Verhältnis zur realen Materie mit ca. 700 Masseeinheiten zu ca. 70 Masseneinheiten bestätigt.

Setzt man die errechneten sichtbaren 70 Masseneinheiten zu den aufaddierten sichtbaren 362 Masseneinheiten in Bezug, so zeigt sich, das bei der Integralen Berechnung nur 19,3 % der sichtbaren Materie errechnet werden. Das heißt: Es wird ein falsches (zu niedriges) sichtbares Massenverhältnis von 5 : 1 errechnet.

Bezeichnend ist auch, das im Inneren Bereich, im Gegensatz zum Randbereich der Galaxie (bis r = 2) ein höherer (addierter) Massenwert, als der errechnete Massenwert zutage tritt.

Allein dieser Umstand läst hier einen weiteren grundsätzlicher Fehler in der über das Zentrum stattfindenden integralen Berechnung der Massenmenge vermuten. Offenbar ist es nicht richtig das Vielkörperproblem einer Galaxienberechnung in dieser vereinfachenden Weise zu einem Zweikörperproblem zu machen.
Um Sicherheit zu erlangen, wird die Massenmengenberechung auch an einer kugelförmigen Massenansammlung (Galaxie) durchgeführt.
.

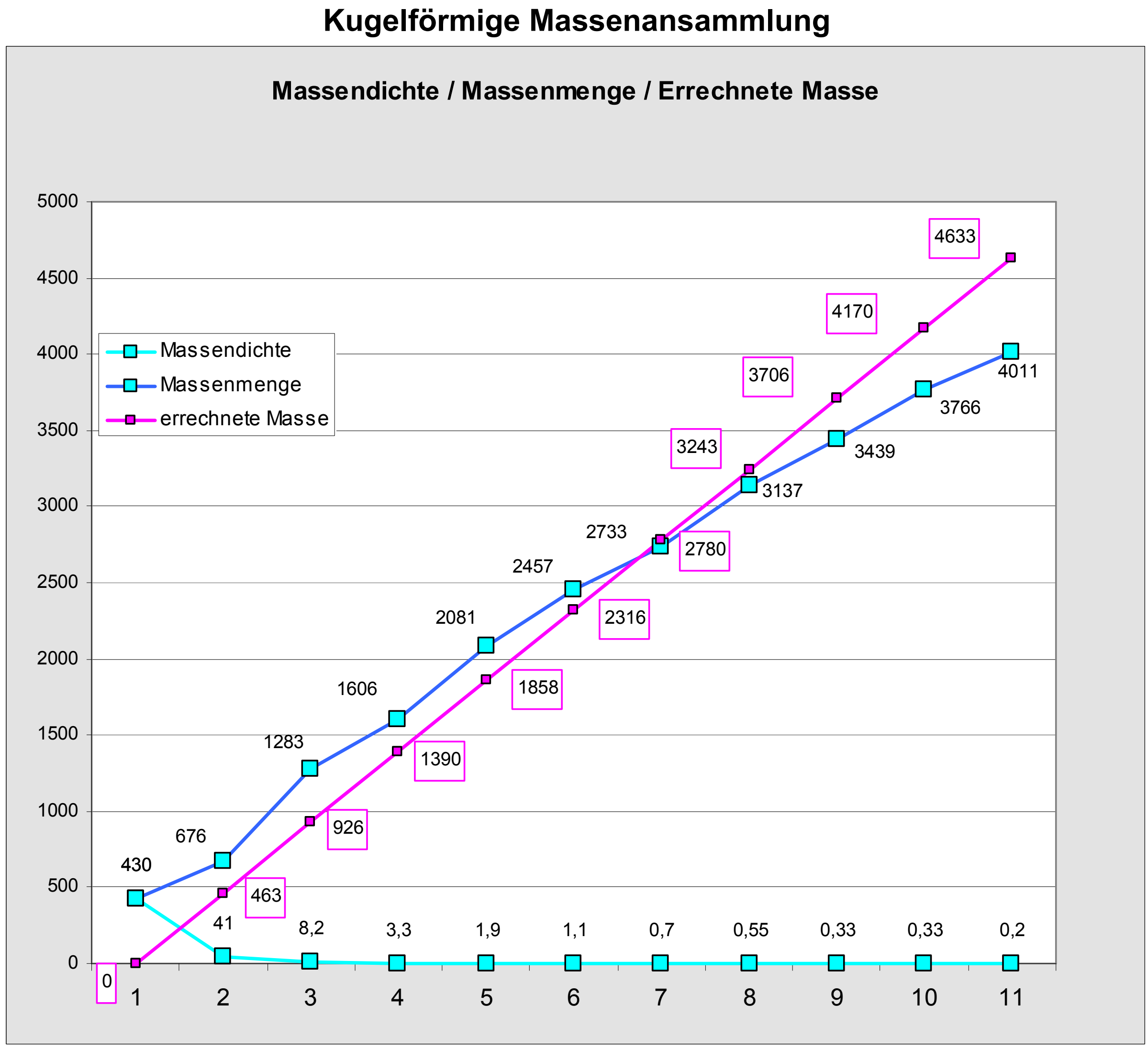
5. Vergleich der errechneten Masse mit der aufaddierten Masse an einer kugelförmigen Massenansammlung (Galaxie oder Galaxienhaufen)

Da die Massenberechnung in einem kugelförmigen Körper mit den gleichen, oben genannten Formeln **F1** und **F2** durchgeführt wird, und somit bei gleich bleibender Geschwindigkeit die errechnete Masse mit dem Radius linear ansteigt, ist es zur Überprüfung nur noch nötig, eine kugelförmige Massenansammlung diskret aufzuaddieren. (Eine kugelförmige Massenansammlung weist gegenüber einer Fläche ein leicht geändertes Massendichteprofil auf, deshalb werden die Massendichtewerte etwas geändert und zum Rand hin weiter verringert.) Wieder gilt, dass die Umlaufgeschwindigkeit v in der kugelförmigen Massenverteilung konstant sein soll.
Es ist zur Addition der Massen in der Kugel nötig, die Anzahl der Massenpunkte (kleinste Volumeneinheit) je **Kugelschale** mit der gemessenen Massendichte in der „galaktischen" Kugel zu multiplizieren. Gegenüber einer Fläche, wächst nun die Massenpunktezahl pro Kugelschale im Quadrat. Die Kugel enthält insgesamt 5065 Massepunkte.

Anzahl der Raster-Massenvolumen		Massendichte aus dem Leuchtkraft-Massenverhältnis		Massenmenge pro Kugelschale	Addition der Kugelschalen Massenmenge	Radius
1	x	430	=	430	430	
6	x	41	=	246	676	1
74	x	8,2	=	607	1283	2
98	x	3,3	=	323	1606	3
250	x	1,9	=	475	2081	4
342	x	1,1	=	376	2457	5
578	x	0,7	=	276	2733	6
586	x	0,55	=	404	3137	7
914	x	0,33	=	302	3439	8
990	x	0,33	=	327	3766	9
1226	x	0,2	=	245	4011	10

Anschließend werden die Kugelschalenmassen je Kugelschale aufaddiert und in die folgende Grafik eingetragen. Mit der Addition der letzten, äußersten Kugelschale erhält man dann die sichtbare Gesamtmasse der kugelförmigen Massenansammlung (Galaxie).
Die sichtbare **Gesamtmasse** einer kugelförmigen Galaxie beträgt nach obiger Vorgabe 4011 Masseeinheiten.
1 Masseneinheit = 1,0E+39 kg / 1 Radiuseinheit = 19,0E+19 m / Die Umlaufgeschwindigkeit beträgt ca. 400 km/s und ist konstant.
(Die Größe dieser kugeligen Beispielgalaxie wurde so festgelegt, um lediglich einen Vergleich zur Fläche zu haben. Eine solche Galaxie gibt es in der Realität nicht, es handelt sich eher um eine überdimensional geratenen elliptische Galaxie. Der Verlauf der Massekurven entsprich aber dem, der in einer jeden beliebigen Kugelgröße mit diesem Massen / Größenverhältnis gemessen werden kann.)

Diese Massenmenge ist der sichtbaren Masse einer kugelförmigen, elliptischen Galaxie zuzuordnen. Trägt man nun die aufaddierten Massenwerte in eine Grafik ein, so erhält man die blaue Massemengenkurve.
In die Grafik wird ebenfalls die linear ansteigende errechnete Massenmengenkurve eingefügt, die sich errechnet, wenn man von einer gleich bleibenden Umlaufgeschwindigkeit in der galaktischen Kugel ausgeht.



Grafik 8

Es zeigt sich, dass die errechnete Massenmenge am Rand des Galaxienhaufens nur noch um +15,5 % von der aufaddierten Massenmenge abweicht. Bei der Fläche waren es noch fast +100 %.
In der Nähe des Zentrums verhält es sich umgekehrt, hier ist die errechnete Massenmenge kleiner! als die aufaddierte Massenmenge, sie beträgt hier nur noch 68 % des aufaddierten Massenwertes. Ein ähnliches Verhalten der Massenkurven konnte ebenfalls bei der Flächenberechnung mit 66 % festgestellt werden. (Anmerkung: Die aufaddierten Massenmengen führen im Zentrumsbereich zu einer nicht ganz glatten Kurve, da sich hier die Rasterung etwas stärker bemerkbar macht.)

Nimmt man die errechnete positive und negative Abweichung der errechneten Massenmengenkurve über die gesamte Strecke vom Zentrum bis zum Rand, so gibt es offenbar, je nach Massendichteverteilung, eine Art dynamischen Mittelwert.

Der zusätzliche gemachte Vergleich zwischen errechneter und aufaddierter Kugelmasse einerseits und der Fläche andererseits zeigt:

> Das sich die bei der Flächenberechnung gefundenen aufaddierten Massedaten auch bei der Kugelberechnung grundsätzlich bestätigen.
> Das eine zusätzlich errechnete Massenmenge, eine, über die sichtbare Materie hinausgehende dunkle Materie, weder bei der Kugel, noch bei der Fläche gebraucht wird.
> Und das Kugelmasse und Flächemasse nicht mit der gleichen Integralformel berechnet werden dürfen.

Die diskrete Massenmengenaddition führt zu konsistenten Ergebnissen mit den in der Realität gemessenen Massendichteverteilungen. und den gemessenen Umlaufgeschwindigkeiten in den galaktischen Flächen und Kugeln.
Eine, von der Aufaddierung der Massen unabhängige, diskret durchgeführte Rotations- und Massenberechnung und auch ein dynamisches Rotationsmodell zeigen, dass eine zusätzliche errechnete Dunkle Materie weder für die Fläche noch für die Kugel benötigt wird. Siehe unter „Rechentools“ in www.neuberechnung-dunkle-materie.de
Das Massendichteverhältnis vom Zentrum zum Rand ist in der Kugel noch extremer, als in der Fläche. Betrug es in der Fläche nur 812 : 1, so ist der Rand der Kugel nun mit noch weniger Masse bestückt, das Masseverhältnis vom Zentrum zum Rand beträgt jetzt 2150 : 1 Masseeinheiten.

6. Schlussbemerkung

Die Berechnung der Dunklen Materie setzt sich, nach den obigen Ausführungen gut erkennbar, vermutlich aus mindestens zwei Fehlern zusammen:

Die integrale Rechenmethode, mit ihrer als Punktmasse zusammengefassten Innenmasse nach Sir Isaak Newton, ist für die Berechnung der Gesamtmasse in einer flächigen Mehrkörperansammlung offensichtlich nicht geeignet. (Newton hat lediglich die gravitativen Kräfte in einer kugelförmigen Massenansammlung mit einer Integralformel berechnet. Für die Kraft F stimmt die Berechnung auch, nicht aber für die Massen!) Gleiches gilt für eine kugelförmige Massenansammlung. Es entstehen Differenzbeträge zwischen der addierten und der errechneten Massekurve, die um einen Nullpunkt im Mittleren Bereich der Kurven schwanken. Dieser Fehler macht aber nur den geringeren Teil der errechneten Dunklen Materie aus.
Zweitens konnte gezeigt werden, dass die **Massendichte** einer Galaxie, die über das Leuchtkraft -Masseverhältnis festgelegt wird, fälschlicherweise mit der **realen Massenmenge** gleichgesetzt wurde. Allein durch diese Gleichsetzung wurde die reale Masse um ein vielfaches, nämlich um fast 90% reduziert. Dieser Fehler stellt den Hauptanteil an der errechneten Dunklen Materie dar.

Beide Fehler zusammen ergeben dann in Summe die so genannte errechnete Dunkle Materie.

Zusätzlich zu den beiden Rechenfehlern konnte gezeigt werden, dass eine Fläche nicht mit den gleichen Formeln (F1 und F2) wie eine Kugel berechnet werden kann.

Im Nachtrag wird ein Rechenbeispiel aus der Lehrerfortbildung vorgestellt, das im Internet unter http://www.wissenschaft-schulen.de/artikel/785398 zu finden ist.

7. Literaturhinweise

Alonso M./ E.J.Finn, Physik 3. Auflage (2000) Oldenboerg Verlag /S. 318 ff Die Gravitation eines kugelförmigen Körpers

Bosma A. 2003; Dark Matter in Galaxies: Observational overview S.1
http://www.arxiv.org /astro-ph/pdf0312/0312154.pdf

Elvius 1962 http://pt.desy.de/sites/site_pt/content/e9/e14/e15/e16/e226/infoboxContent231/Potsdam-Astro-2001_deBoer.pdf
Seite 5

Holmberg & Flynn 2006 S.4 http://arxiv.org/PS_cache/astro-ph/pdf/0608/0608193.pdf

Masso, Eduard 1995; Brayonic Dark Matter; Theory and Experiment S. 2
http://www.arxiv.org/PS_cache/astro-ph/pdf/9601/9601145.pdf

Oort 1938, Sternzählungen www.astro.uni-bonn.de /~deboer/galstruc/galst.html

Oort, Plaut, 1975(aus räumlicher Verteilung der RR Lyr Veränderlichen abgeleitet)

http://www.astro.ruhr-uni-bochum.de/huette/astronomie2_v2/kap13.pdf (Seite 17-19)

http://de.wikipedia.org/wiki/Dunkle_Materie

PROFILE Vera Rubin and Dark Matter
http://www.amnh.org/education/resources//rfl/web/essaybooks/cosmic/p_rubin.html

Rechenbeispiel zur Dunkle Materie 3/2005 S. 92 Sterne und Weltraum

---

8. **Nachtrag** Ein Rechenbeispiel

Ausgangspunkt einer jeden galaktischen Massenberechnung sind grundsätzlich zwei beobachtbare und gemessene Werte: Es ist die **Massendichte**, die sich über die Leuchtkraft der Sonnen in der Galaxie messen lässt, und die **Umlaufgeschwindigkeit** der Massen, die über die Rotverschiebung des Lichtes gemessen werden kann. Diese Umlaufgeschwindigkeit ist vom Zentrum der Galaxie bis zum Rand nahezu flach und liegt bei etwa 225 km/s.
In der Literatur findet man eine durchschnittliche Massendichteverteilung von Zentrum bis zum Rand die etwa bei 1000 zu 1 bis 500 zu 1 liegt.

Die folgende Grafik zeigt diese genannten Werte, die von Elvius (1962) [14] ermittelt wurden, in der Kurve „Massendichte normiert". Die Skalierung der y-Achse ist logarithmisch, so dass auch die Massenverteilung in der Randpartie gut dargestellt werden kann. Gleiche Massenverteilungen findet man auch bei Holmberg und Flynn. [15]

---

[14] Elvius 1962 http://pt.desy.de/sites/site_pt/content/e9/e14/e15/e16/e226/infoboxContent231/Potsdam-Astro-2001_deBoer.pdf Seite 5

[15] Holmberg & Flynn 2006 S.4 http://arxiv.org/PS_cache/astro-ph/pdf/0608/0608193.pdf

In diese Grafik wird nun zusätzlich die Dichteverteilung aus der Grafik 1 eingefügt, es handelt sich um die Kurve „Massendichte idealisiert“
Beide genannten Kurven entsprechen sich nahezu in ihren Werten. Und beide führen entsprechend zu relativ flachen Geschwindigkeitsverteilungen, die sich in ihren absoluten Werten nur unwesendlich unterscheiden.

Zu den beiden genannten Massendichte-Kurven wird nun eine weitere Dichtekurve angefügt, die aus einem Rechenbeispiel stammt, das für die Lehrerfortbildung [16] genutzt wird. Diese Massendichtekurve heißt „Masse gemäß Schlussfolgerung“.
Der Grund dieser Namensgebung für diese Kurve liegt in dem Umstand, dass hier, in der genannten Arbeit für Lehrerfortbildung, lediglich eine **Schätzung** der Massenmenge vorgenommen wird. Zitat: *„… wurde aus der Helligkeitsverteilung auf die Verteilung der beobachteten Masse geschlossen.“*
Diese Schätzung ist tabellarisch in der genannten Arbeit in Form einer Massenaddition pro Kreisring dargestellt und wird in der Grafik 10 auch als Kurve gezeigt. Diese Massenwerte für M (blau markiert) wurden aus der genannten Arbeit in die Tabelle unten übernommen und die fehlenden Massenwerte, entsprechend zu den vorhandenen Schätzwerten für die Massenverrteilungskurve interpoliert. Die Massenwerte der Kurve sind in der ersten Spalte eingetragen.
Die Spalte 2 in der Tabelle zeigt die Massenmenge pro Kreisring, die durch eine Differenzbildung aus Spalte 1 errechnet wird.
Beispiel für den äußeren Kreisring: **$138{,}7 \cdot 10^{39}$** - $138{,}5 \cdot 10^{39}$ = 0,2 M

Addition der Kreisring Massenmenge M (kg)	Massenmenge pro Kreisring (kg) $\cdot 10^{39}$	Umrechnen in Massenein-heiten	Anzahl der Raster-Massenflächen	Rückgerechnete Massendichte entsprechend dem Leuchtkraft-Massenverhältnis		Radius	R kpc
$27{,}8 \cdot 10^{39}$	27,8	24,8	1	24,8			< 3
$58{,}3 \cdot 10^{39}$	30,5	27,2	4	6,8		1	3
$89{,}9 \cdot 10^{39}$	31,6	28,2	8	3,53		2	6
$109{,}1 \cdot 10^{39}$	19,2	17,1	20	0,855		3	9
$124{,}8 \cdot 10^{39}$	15,7	14,0	28	0,5		4	12
$132{,}7 \cdot 10^{39}$	7,9	7,05	36	0,196		5	15
$135{,}5 \cdot 10^{39}$	2,8	2,5	40	0,0625		6	18
$137{,}1 \cdot 10^{39}$	1,6	1,43	40	0,0358		7	21
$138{,}0 \cdot 10^{39}$	0,9	0,76	48	0,0158		8	24
$138{,}5 \cdot 10^{39}$	0,5	0,45	62	0,00726		9	27
$138{,}7 \cdot 10^{39}$	0,2	0,178	70	0,00254		10	30

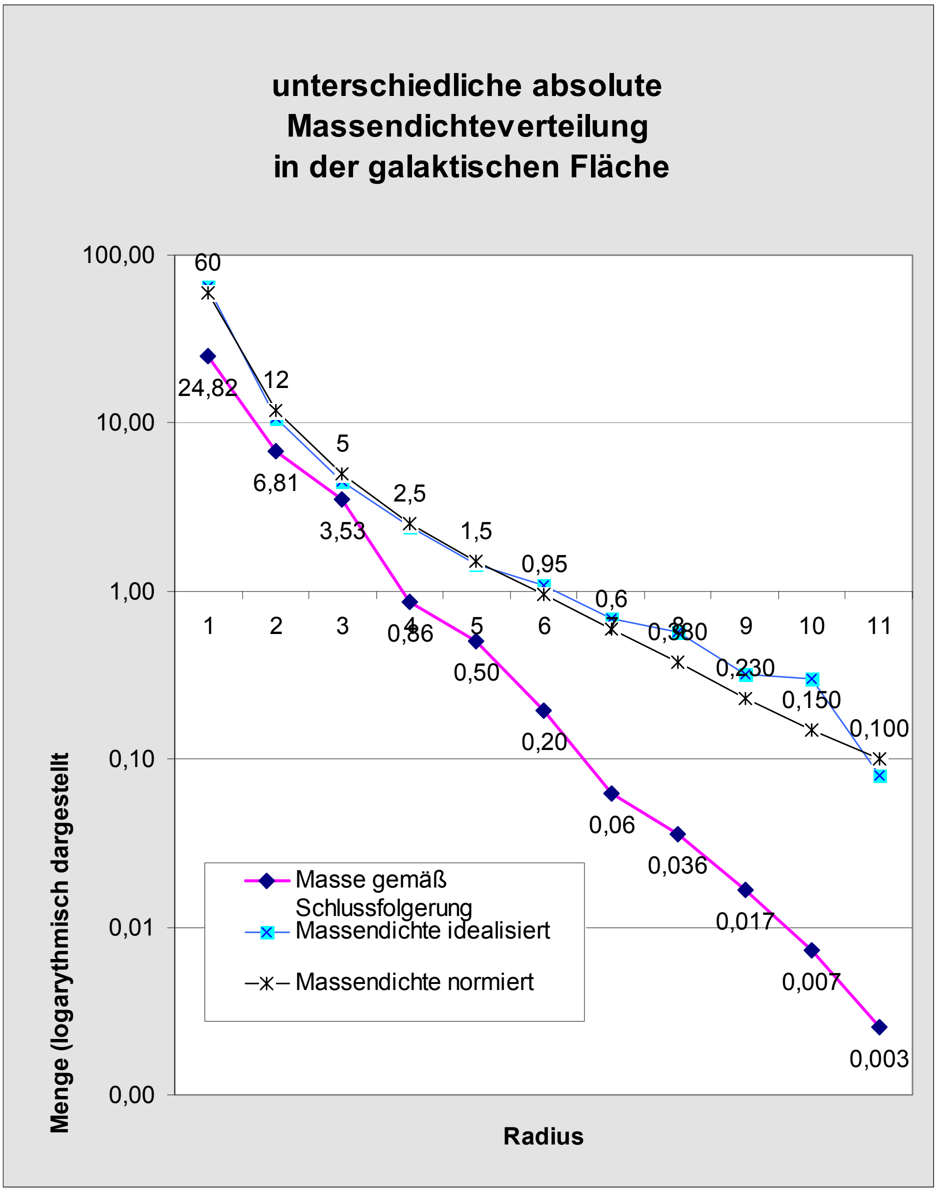
Anschließend wird in Spalte 3 der absolute Massenwert je Kreisring in eine Masseneinheit umgerechnet, um alle Massenwerte der unterschiedlichen Kurven absolut vergleichbar zu machen. (1 Masseneinheit = 1,12E+39 kg / 1 Radiuseinheit = 9,46E+19 m)
Teilt man nun diese Masseneinheiten pro Kreisring durch die Anzahl der Raster-Massenflächen aus Spalte 4, so erhält man den rückgerechneten Massendichtewert, der dem gemessenen Leuchtkraft Massenverhältnis entsprechen sollte. Die errechneten Werte, deren Basiswerte sich in der Arbeit für Lehrerfortbildung befinden, sind in der Spalte 5 eingetragen.

Diese rückgerechnete „Massendichte gemäß Schlussfolgerung“ ist als pinkfarbene Kurve zu den beiden anderen Massendichtekurven in der Grafik 9 hinzugefügt.

Zur Vergleichbarkeit der Massendichte:

[16] http://lehrerfortbildung-bw.de/akaprojekte/didak/wis/workshop4/rotationskurve.pdf

Als Basiswert der Darstellung ist die reale Masse im Zentrum genommen worden. Für alle drei Kurven ist dieser Zentrumswert vorgegeben. Die drei Kurven zeigen keinen relativen, sondern einen absoluten Massendichtevergleich.



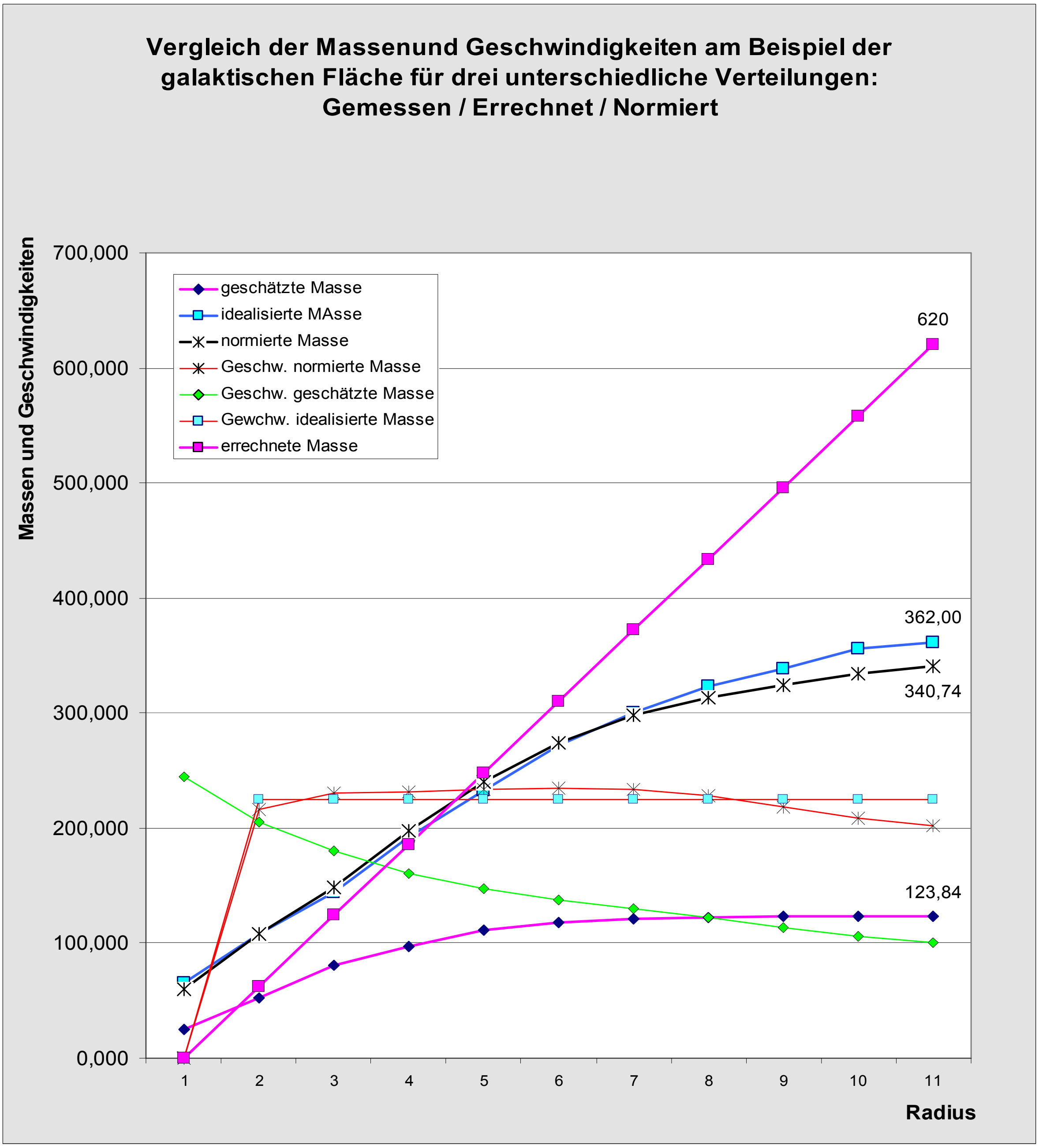
Grafik 9

Es zeigt sich, dass die Werteunterschiede zwischen der Kurve „Massendichte gemäß Schlussfolgerung“ und den beiden anderen Kurven im Gesamtbereich der Galaxie erheblich ins Negative voneinander abweichen. Die Abweichung liegt im Randbereich bei fast zwei Zehnerpotenzen! Das sind 33-fach geringere Massenwerte, als durch das Leuchtkraft-Massenverhältnis am Rand vorgegeben wird! Warum eine derart eigenwillige Schätzung gemacht wurde, ist nicht nachvollziehbar. Die Spreizung vom Zentrum bis zum Rand beträgt 8273 zu 1 (24,82/ 0,003 = 8273). Das heißt, der Randbereich ist bei der Massendichte gemäß Schlussfolgerung nahezu sternenfrei. Diese geschätzte Kurve, ist mit der gemessenen Helligkeitsverteilung in einer Galaxie, die lediglich eine Spreizung von 600 zu 1 aufweist, jedenfalls nicht begründbar und weist damit auf eine willkürliche Massenfestlegung in der Arbeit für die Lehrerfortbildung hin.

Werden nun die Massenmengen, die aus den Massedichtekurven errechnet werden können, in einer weiteren Grafik dargestellt, so zeigt sich folgerichtig auch hier jede Abweichung von der normierten Kurve

In der Grafik 10 ist die „normierte Massenmenge", die sich leicht aus der normierten Massendichte bestimmen lässt, als eine von links nach rechts ansteigende Kurve (schwarz) eingetragen. Fast deckungsgleich dazu ist die blaue Kurve der „idealisierten Massenmenge" (siehe auch Grafik 6). Beide Massenverteilungskurven führen, bei diskreter Berechnung, zu einer Geschwindigkeitsverteilung, wie sie auch in der Realität gemessen werden können. Die dazugehörenden Geschwindigkeitskurven (rot) sind beide flach oder fast flach. Die Abweichungen betragen maximal 10%, was zur normalen Schwankungsbreite in einer galaktischen Fläche gerechnet werden kann.
Im Vergleich zu diesen eben dargestellten Massenkurven fällt die „geschätzte Massenmenge" aus dem Arbeitsblatt für die Lehrerfortbildung doch erheblich anders aus.

Grafik 10



Die Kurve der „geschätzten Masse“ (Die Werte wurden direkt aus der Tabelle des Arbeitsblattes für die Lehrerfortbildung übernommen und sind hier pinkfarben mit dunklen Punkten eingezeichnet) weicht im gesamten Kurvenverlauf stark negativ (-59 / -63,7%) von der normierten sichtbaren Massenmenge ab.
Die geschätzte Massenkurve der sichtbaren Materie in dieser Arbeit für Lehrerfortbildung fällt aber im Randbereich nicht nur entsprechend der normierten Massenkurve, sondern sie verringert sich zusätzlich in ihrer Steigung zum Rand hin, um so bei einem nahezu konstanten Massenwert zu verharren! Die geschätzte Massenmengenkurve fällt im Vergleich zur normierten Massenmenge zum Rand hin (-63,7%) stark ab, so dass ebenfalls eine stark abfallende Geschwindigkeitskurve erwartet werden kann.

Im Text der Arbeit für die Lehrerfortbildung wird übrigens auch darauf hingewiesen, das…
„*Die gemessene Rotationsgeschwindigkeit in einer Galaxie nahezu konstant bleibt, d.h. das Verhältnis M(r)/r muss auch nahezu konstant bleiben*.“
Das heißt die errechnete Massenkurve sollte, linear mit dem Radius, zu Rand hin ansteigen. (siehe auch Grafik 3)
Vergleichbare Massenverteilungen wie in Grafik 10 werden auch in der Arbeit von Burkert gezeigt. Hier ist zusätzlich auch der Längenmaßstab des Radius in der Kugel zwischen Umlaufgeschwindigkeit und Masse nicht in Übereinstimmung zu bringen[17]

Berechnet man in der Arbeit für Lehrerfortbildung aus dem Gesamtmassenwert gemäß Schätzung die Anzahl der Sonnen in einer solchen Galaxie, so käme man auf

Massengesamtwert / Sonnenmasse = Sonnenanzahl der Galaxie

$$\mathbf{138{,}7 \cdot 10^{39} \;/\; 1{,}98 \cdot 10^{30} = 70 \cdot 10^{9}}$$

Das wären 70 Milliarden Sonnen, anstatt der beobachtbaren durchschnittlich 200 Milliarden sichtbaren Sonnen pro Galaxie.
Es sei nur beiläufig erwähnt, das eine solchermaßen „geschätzte“ Galaxie nur noch 1/3 so groß ist, weil die gesamte äußere Hälfte der Fläche als nahezu massefrei angenommen wird.

Die „geschätzten Massenmengen“, die in dem Arbeitspapier für Lehrerfortbildung verwendet werden, sind deshalb als willkürlich festgelegt zu betrachten und haben auch keine Entsprechung zum, in der Literatur genannten, Leuchtkraft-Massenverhältnis. Die Abweichungen in der Massendichte betragen, wie oben in Grafik 9 beschrieben, mehr als 97%. Dies ist nicht akzeptabel und deshalb sind die „geschätzten Massenmengen“ als ausnahmslos falsch einzustufen.

Interessant ist, dass in dem Arbeitsblatt für die Lehrerfortbildung eine nachfolgende weitere Berechnung mit den „geschätzten Massenmengendaten“ nun zu Ergebnissen führt, die offenbar gebraucht werden, um die Existenz einer dunklen Materie nachzuweisen.

In dem Arbeitsblatt für die Lehrerfortbildung sind Werte für die Geschwindigkeit errechnet und tabellarisch dort eingefügt worden, diese Werte werden nun als Kurve „Geschwindigkeit geschätzte Masse“ mit in die Grafik 10 eingetragen. Diese Kurve (grün mit grünen Punkten) weist nun eine scheinbar keplerisch fallende Geschwindigkeit aus. Errechnet wurde diese Kurve in dem Arbeitspapier für die Lehrerfortbildung mit der Formel **F1.**
Auch diese Geschwindigkeitskurve fällt in Wahrheit nicht keplerisch, sondern weist am Rand einen überhöhten Wert von 100 km/s auf. Bei einer Keplerkurve wären es 65 km/s gewesen.

[17] Burkert, Andreas (10/2006) Auf der Suche nach dunkler Materie in Elliptischen Galaxien, Sterne und Weltraum S. 23

Um es deutlich zu sagen:
Die Vermutung drängt sich auf, dass die galaktischen Massen im gesamten Kurvenverlauf vorher künstlich, um mehr als 10-fach kleiner gemacht („geschätzt“) wurden, damit man hinterher, im Verhältnis zur nun künstlich niedrig gemachten realen Materie, einen künstlich höheren Anteil an dunkler Materie ausrechen kann.
Hätte man, die vom Leuchtkraft –Masseverhältnis vorgegebene galaktische flächige Massenverteilung, in der Arbeit für Lehrerfortbildung verwendet, so wäre nur noch eine um 100% höhere Dunkle Materie errechnet worden. (In der Grafik 7 wurde das bereits dargestellt.)

Fazit: Auch die im Nachtag, aus einem Arbeitsblatt für die Lehrerfortbildung, aufgeführte Berechung zur dunklen Materie ist nachweislich falsch.